ZADANIA EGZAMINACYJNE Z MATEMATYKI

dla kandydatów na studia w Politechnice Lubelskiej

na kierunku: *INŻYNIERIA ŚRODOWISKA*

1. Promień kuli zwiększono 3-krotnie. Ile razy zwiększyła się jej objętość.

2. Znaleźć długość przekątnych równoległoboku zbudowanego na wektorach $\vec{a} = 5\vec{m} + 2\vec{n}, \quad \vec{b} = \vec{m} - 3\vec{n}$ jeżeli wiadomo, że $|\vec{m}| = 2\sqrt{2}, \quad |\vec{n}| = 3$ oraz kąt $(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\pi}{4}$.

3. Rozwiąż nierówność: $|2x - 5| < 4.$

4. Zbadać monotoniczność funkcji $f(x) = \sin x \cdot \cos x, \quad x \in \left(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right).$

5. Cenę v pewnego produktu zwiększono o $\frac{1}{3}v$, a następnie tę nową cenę zmniejszono o 25%. Ile wynosi cena tego produktu po obu zmianach?

6. Rozwiązać układ równań

$$\begin{cases} 2\log x - \log y = \log 9 \\ 10^{y-x} = \frac{1}{100}. \end{cases}$$

7. Oblicz, bez użycia kalkulatora, wartość wyrażenia

$$\cos^4 15^o - \sin^4 15^o.$$

8. Co to jest schemat Bernoulliego?

   Rzucamy trzykrotnie sześcienną kostką do gry. Jakie jest prawdopodobieństwo, że dwa razy wypadnie szóstka ?

9. Dla jakiej wartości parametru k wielomian

$$w(x) = x^3 - x^2 + kx + 3$$

   jest podzielny przez dwumian x-1?

10. Określić dziedzinę funkcji $f(x) = \sqrt{-x} + \frac{1}{\sqrt{2+x}}$.

11. Pole koła opisanego na kwadracie wynosi π. Oblicz pole koła wpisanego w ten kwadrat.

12. Dla jakich wartości parametru $m \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle$ równanie $x^2 \sin m + x + \cos m = 0$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste?

13. Napisz równanie prostej stycznej do wykresu funkcji $y = 2x - x^2$, która jest równoległa do osi Ox.

14. Obliczyć długość cięciwy okręgu $x^2 + y^2 - 6x - 16 = 0$ zawartej w prostej $x - 2y + 2 = 0$.

15. Rozwiąż równanie: $2^x = \sqrt{3 \cdot 2^x + 4}$.

16. Rozwiązać równanie $6^x + 3^x = 3 \cdot 6^x$.

17. Uzasadnij, że okręgi

$$x^2 + y^2 = 9 \qquad \text{oraz} \qquad x^2 + y^2 - 6x + 8y + 21 = 0$$

są zewnętrznie styczne.

18. Zbadać monotoniczność ciągu o wyrazie ogólnym $a_n = \dfrac{n}{2n+1}$.

19. Wyznacz x, dla którego ciąg

$$a_1 = \log_2 x, \qquad a_2 = \log_2 (x+4), \qquad a_3 = 4$$

jest ciągiem arytmetycznym.

20. Wykazać, korzystając z definicji, że funkcja $f(x) = \dfrac{x}{x-1}$, $x \in (-\infty, 1)$ jest malejąca w swej dziedzinie.

21. Oblicz bez użycia kalkulatora

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{-2} \cdot 3^{\log_3 2}$$

22. Naszkicuj wykres funkcji

$$f(x) = \begin{cases} x - x^2 & , \ gdy \quad x < 0 \\ -\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right), & gdy \quad 0 \le x \le \pi \\ x - \pi & , \ gdy \quad x > \pi \end{cases}$$

23. Oblicz obwód kwadratu wpisanego w okrąg o równaniu

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y + 11 = 0.$$

24. Znaleźć współrzędne wierzchołków trójkąta ABC mając dane współrzędne środków jego boków $K(1,1)$, $M(2,3)$, $N(-1,4)$.

25. Oblicz $\lim\limits_{n \to \infty} \left(n - \sqrt{n^2 - 5n}\right)$.

26. Znaleźć funkcję odwrotną do funkcji

$$f(x)\begin{cases} x, & gdy \quad x \le 0 \\ x^2, & gdy \quad x > 0 \end{cases}$$

27. Rozwiązać równanie:

$$-\sin x = \sin 2x.$$

28. Rozwiązać równanie

$$7^{x-2} \cdot 2^{3x} = 4^{x+1}.$$

29. Napisz równanie stycznej do krzywej $y = 2x\cos x + 3$ w punkcie o odciętej $x_o = 0.$

30. Dla jakiej wartości parametru k wektory $\vec{a} = 3\vec{p} + k\vec{q}$ oraz $\vec{b} = -\vec{p} + 2\vec{q}$ są prostopadłe, jeżeli $\left|\vec{p}\right| = 5,$ $\left|\vec{q}\right| = 3,$ kąt $\left(\vec{p},\vec{q}\right) = \frac{2}{3}\pi.$

31. Czy wśród 600 osób muszą się znaleźć osoby o jednakowych inicjałach (przyjmujemy, że alfabet ma 24 litery)?

32. Dana jest funkcja

$$g(x) = \begin{cases} x-1 & dla \quad x \le 0 \\ 0 & dla \quad 0 < x < 2 \\ 2x-4 & dla \quad x \ge 2 \end{cases}$$

Czy ta funkcja jest ciągła? Sporządź jej wykres.

33. Rozwiąż nierówność:

$$\left|\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 4}\right| \le 1.$$

34. Obliczyć $\lim\limits_{x \to 0}(\sin 3x \cdot ctg 5x).$

35. Michał jedzie samochodem do pracy 20 minut, a Anna rowerem 30 minut tą samą trasą. Po jakim czasie Michał dogoni Annę, jeżeli wyjechał z domu 5 minut po niej?

36. W ciągu arytmetycznym $a_1 = 5,$ $r = -2.$ Oblicz sumę wyrazów od dziesiątego do dwudziestego (włącznie).

37. Sześcian o krawędzi długości a przecięto płaszczyzną, do której należą dokładnie trzy jego wierzchołki. Oblicz pole otrzymanego przekroju.

38. Wyznacz dziedzinę funkcji

$$h(x) = \log_2\left[1 - \log_{\frac{1}{2}}\left(x^2 - 5x + 6\right)\right].$$

39. Dla jakich wartości parametru a wektory $\vec{u} = [2,-1]$, $\vec{v} = [a, 1+a]$ są prostopadłe?

40. Wykazać, że funkcja $f(x) = \dfrac{x - |x|}{2x}$ nie ma granicy w punkcie $x_o = 0$.

41. Wskaż liczbę naturalną n, dla której

$$5 \cdot 5^3 \cdot 5^5 \cdot \ldots \cdot 5^{2n-1} = 5^{64}.$$

42. Rozwiązać układ równań

$$\begin{cases} \log x + \log y = \log 16 \\ \log x - \log y = \log 4 \end{cases}$$

43. Wyznacz dziedzinę funkcji $y = \log_{x-2}(4-x)$.

44. Rozwiązać równanie

$$(\log_x 5 + 2)\log_5^2 x = 1$$

45. Rozwiąż nierówność

$$\lim_{t \to 0} \frac{\sin t}{2t} \le \cos x.$$

46. Z półkola utworzono pobocznicę stożka. Znaleźć kąt rozwarcia tego stożka.

47. Rozwinięcie powierzchni bocznej walca jest kwadratem. Oblicz stosunek objętości tego walca do objętości kuli, której promień jest równy promieniowi podstawy walca.

48. Obliczyć prawdopodobieństwo, że suma oczek przy rzucie trzema kostkami jest równa 17.

49. Dane są okręgi:

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y + 12 = 0 \quad \text{oraz} \quad (x+2)^2 + (y-5)^2 = 10.$$

Napisz równanie symetralnej odcinka łączącego środki tych okręgów.

50. Zbadać monotoniczność funkcji

$$f(x) = \sin x + \cos x.$$

51. Narysuj wykres funkcji $y = |x-2| - |x+3|$.

52. Podać ilustrację geometryczną zbiorów $A \setminus B$ i $A \cap B$, gdzie

$$A = \{(x, y) : x \in R \wedge y \in R \wedge y + 1 \ge x^2\}$$
$$B = \{(x, y) : x \in R \wedge y \in (-\infty, 1\rangle\}.$$

53. Oblicz pole trapezu równoramiennego o podstawach długości 1 cm i 4 cm wiedząc, że trapez ten można opisać na okręgu.

54. Znaleźć ekstrema funkcji $h(x) = |x^2 - 4| + 2$.

55. Rzucamy dwukrotnie kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że suma wyrzuconych oczek spełnia nierówność

$$\frac{x+1}{9-x}<0.$$

56. Wyznacz dziedzinę funkcji $x \to y=\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}\frac{x}{x^2-1}}$.

57. Wykres funkcji $f(x)=x^3-6x^2+bx+c$ przechodzi przez punkt P(2,-2). Współczynnik kierunkowy stycznej do wykresu w punkcie P wynosi -3. Wyznacz najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale $<-1,3>$.

58. Znaleźć objętość stożka wiedząc, że jego powierzchnia boczna po rozwinięciu jest półkolem o promieniu r.

59. Znajdź okres funkcji $f(x)=\sin \pi x$, $x \in R$.

60. Rozwiązać równanie $\frac{1}{1+\log x}+\frac{5}{3-\log x}=3.$

61. Z liczb 1,2,...,100 wybrano losowo jedną liczbę, a następnie z pozostałych wybrano drugą. Oblicz prawdopodobieństwo, że za drugim razem wybrano liczbę podzielną przez 5.

62. Wykonaj wykres funkcji $f(x)=\frac{1}{3}x^3-6x^2+8x.$

63. Ile pierwiastków ma równanie $x^3-3x-1=0,\quad x \in R.$

64. Napisać równanie okręgu przechodzącego przez punkty $A(3,0)$, $B(-1,2)$, którego środek leży na prostej $x-y-2=0.$

65. Oblicz $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+2002}+x\right)$.

66. Dla jakich wartości parametru m nierówność $x^2+(m+2)x+8m+1>0$ jest spełniona dla każdego $x \in R$?

67. Na bokach AB, BC i CA trójkąta ABC obrano punkty K, L i M tak, że czworokąt AKLM jest rombem. Oblicz długość boku tego rombu, jeżeli AB = 9, CA = 1.

68. Znaleźć punkt na krzywej o równaniu $y=x^3-x$, w którym styczna jest równoległa do osi $0x$.

69. Napisz równanie stycznej do wykresu funkcji $f(x)=\frac{2x}{\sqrt{x^2+3}}$ w punkcie (1,1).

70. Podać i uzasadnić zależność miary łukowej od miary stopniowej kąta.

71. Ile liczb całkowitych spełnia nierówność

$$|x+2|+2|x-2|-x-10 \le 0.$$

72. Wymień wszystkie wielościany foremne.

73. Oblicz resztę z dzielenia wielomianu x^3+7x^2-x-10 przez x^2-4.

74. Wyznaczyć przedziały, w których funkcja $f(x)=\sin^2 x+\sqrt{2}\cos x+2\pi$ jest rosnąca.

75. W trójkącie ABC dane są boki AB = 4, $BC=\sqrt{7}$, $CA=\sqrt{3}$. Oblicz miarę kąta przy wierzchołku A.

76. Wyznaczyć zbiór wartości funkcji

$$y=\frac{x^2+1}{x^2+x-2}.$$

77. Na siedmiu klockach wyrzeźbiono litery A, A, A, B, B, R, R. Bawiąc się nimi dziecko układa je w rząd. Oblicz prawdopodobieństwo, że przypadkowo złoży ono słowo „BARBARA".

78. Rozwiązać równanie $6\cos^2 x+\sin x-5=0$.

79. Czy funkcja określona wzorem $f(x)=x\sqrt{x^2}$, $x\in R$, jest różniczkowalna?

80. Znaleźć punkt na wykresie funkcji $f(x)=2x^3-3x^2-48x+11$, w którym styczna jest prostopadła do prostej $x+24y-7=0$.

81. Napisz równanie stycznej do wykresu funkcji $f(x)=\left(\sqrt{x^2+3}-x\right)^6$ w punkcie (1,1).

82. Górna podstawa trapezu jest o 40% krótsza od dolnej podstawy i pole trapezu wynosi 112 cm^2. Oblicz pole trójkąta dobudowanego do trapezu przez przedłużenie boków nierównoległych trapezu.

83. Oblicz $\lim_{x\to-\infty} x\sqrt{\frac{1}{x^2}+\frac{2002}{x^4}}$.

84. Nakreślić zbiór $\{(x,y): 2^x=4 \vee \log_3 3=y\}$.

85. Czy funkcja określona wzorem

$$f(x)=\begin{cases}\frac{\sqrt{x^2}}{x} & dla \quad x\neq 0\\ 1 & dla \quad x=0\end{cases}$$

jest ciągła?

86. Wyprowadzić wzór na pole n-kąta foremnego opisanego na okręgu o promieniu R.

87. Dla jakiej wartości parametru b równanie

$$\frac{2x}{1+x^2} = b^2 - 1$$

ma rozwiązanie?

88. Rozwiązać równanie

$$3\sin^2\frac{x}{2} = \cos\frac{x}{2}\sin x, \quad \text{gdy} \quad x \in \langle 0, 2\pi \rangle.$$

89. Narysuj wykres funkcji $S(x) = x + \frac{1}{2} + \frac{1}{4x} + \ldots$.

90. Naszkicować wykres funkcji

$$h(x) = \left| |x-1| - 1 \right|.$$

91. Wybierz największą spośród liczb: $\sin 1^{\circ}$, $\sin 101^{\circ}$, $\sin 201^{\circ}$.

92. Dla jakich $m \in R$ nierówność $x^2 + mx - m > 0$ nie ma rozwiązań?

93. Rozwiąż równanie $\sqrt{x+2} + \sqrt{7x+5} = \sqrt{6x+3}$.

94. Rzucamy dwoma kostkami do gry. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że suma oczek będzie podzielna przez 3.

95. Dla jakich wartości x ciąg $a_n = \left(\frac{|x|}{x+4}\right)^n$ jest zbieżny?

96. Wyprowadzić równanie stycznej do okręgu $k : x^2 + y^2 = r^2$ w punkcie $(x_o, y_o) \in k$.

97. Podać zależność miary łukowej od miary stopniowej kąta.

98. Wyznaczyć przedziały monotoniczności funkcji $f(x) = x\sqrt{2-x^2}$.

99. Obliczyć $\sin^4 x - \cos^4 x$, jeżeli $\cos 2x = 0{,}6$.

100. Dla jakiego parametru m prosta $x + y - m = 0$ i okrąg $x^2 + y = 1$ mają dwa punkty wspólne?

101. Narysować zbiór $\{(x, y) : 2^x = 4 \vee \log_3 3 = y\}$

102. Znaleźć okres funkcji $y = 1 + 2\sin\frac{3}{2}x$.

103. Odległość punktu P(1,2) od prostej x + y = m wynosi 2. Obliczyć m.

104. Mając dane $\sin x + \cos x = a$, obliczyć wartość wyrażenia $\sin^3 x + \cos^3 x$. Dla jakich wartości parametru a zadanie ma rozwiązanie?

105. Dla jakich wartości $m \in R$ prawdziwa jest implikacja

$$\log_2 8 = m \Rightarrow \sin\frac{3}{4}\pi = \frac{1}{2}.$$

106. Dana jest funkcja $f(x)=\dfrac{x+2}{x}$. Rozwiązać równanie $f\left(\dfrac{1}{x}\right)=\dfrac{x^2}{f'(1)}$.

107. Obliczyć y'(0), jeżeli y = - sin 2x + $\cos^2$x.

108. Dla jakich $m\in(3,5)$ zbiór $\{(x,y): x^2+y^2<m \wedge xy\geq 2\}$ jest pusty?

109. Nakreślić krzywą $y=\log_{\frac{1}{2}}(x-2)$.

110. Napisać równania asymptot wykresu funkcji danej wzorem $f(x)=\dfrac{3x^2-8x}{x-1}$.

111. Czy funkcja

$$f(x)=\begin{cases} 0 & gdy \quad x=0 \\ \frac{\sin x}{x} & gdy \quad x\neq 0 \end{cases}$$

jest ciągła w R?

112. Dany jest układ równań

$$\begin{cases} ax+by=c \\ dx+ey=f. \end{cases}$$

Omów metody rozwiązywania takiego układu.

113. Znajdź największą wartość funkcji $f(x)=2\sin x+3\cos x, \quad x\in R.$

114. Wyznaczyć kąt pomiędzy wektorami $\vec{a}$ i $\vec{b}$, jeśli długości wektorów $\vec{a}+\vec{b}$ oraz $\vec{a}-\vec{b}$ są takie same.

115. Czy funkcja

$$g(x)=\begin{cases} x^2, & gdy \quad 0<x<1 \\ (2-x)^2, & gdy \quad 1\leq x<2 \end{cases}$$

spełnia warunek $0\leq g(x)\leq 1$?

116. Sporządzić wykres funkcji $y=\left|x^2-x-2\right|+3$.

117. Czy zbiór punktów płaszczyzny, których współrzędne spełniają nierówności $x\leq y\leq x+3 \quad i \quad -y\leq x\leq -y+1$ jest zbiorem wypukłym?

118. Obliczyć $f'(\pi)-f\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$, jeśli $f(x)=\cos\dfrac{x}{2}+\dfrac{3x}{2}$.

119. Ile punktów wspólnych z osią Ox ma wykres funkcji $f(x)=|x+1|+|x-1|-1$?

120. Dana jest funkcja $f(x)=\frac{x|x|}{x-2}$. Obliczyć $f'(-1)$ i $f'(1)$.

121. Rozwiązać w zależności od parametru a układ równań

$$\begin{cases} x+ay=1 \\ ax+y=a^2 \end{cases}.$$

122. Dla jakiej wartości parametru m funkcja $f(x)=\frac{1}{3}x^3-mx^2+8$ ma ekstremum?

123. Dla jakiej wartości a wielomian x^3+3x^2+ax+2 jest podzielny przez $x-1$.

124. Podać warunek na to, aby okrąg o równaniu $x^2+y^2+2x+2by+c=0$ był styczny do osi $0x$.

125. Czy funkcja $f(x)=(\log x)^2+1,\quad x>0,$ spełnia warunek $f(x)=f\left(\frac{1}{x}\right)$?

126. W zależności od parametru a rozwiązać równanie $3|x|=x-a$.

127. Zbadać parzystość funkcji $h(x)=x^3+3x-2$.

128. Dla jakich wartości parametru m istnieje dla każdego rzeczywistego x logarytm $\log\left[(2m-3)x^2+(6-m)x+\frac{1}{7}(m-9)\right]$?

129. Ile pierwiastków ma równanie $x^{\log_{10}x}=10,\quad x>0$?

130. Rozwiązać nierówność $2^{-x^2+3}<4^x$.

131. Z dwóch przeciwległych wierzchołków kwadratu o boku długości a zakreślono koła, każde o promieniu długości a. Oblicz pole części wspólnej tych kół.

132. Obliczyć sumę $S=a_5+a_6+...+a_{10}$ wyrazów ciągu geometrycznego, w którym $a_1=\cos\frac{2}{3}\pi$ oraz $q=\log_3\left(tg\frac{\pi}{6}\right)$.

133. Czy funkcja dana wzorem $f(x)=\frac{5x+2}{2x+1},\quad x\neq-\frac{1}{2}$ jest rosnąca?

134. Obliczyć objętość czworościanu foremnego o boku a.

135. Obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia, że trzy losowo wybrane wierzchołki sześcianu wyznaczają trójkąt równoboczny.

136. Znaleźć takie a, aby funkcja $f(x)=x^3-ax^2+5x-2$, gdzie $x\in R$, osiągała minimum w punkcie $x=5$.

137. Gospodyni kupiła litr octu 10%. Ile wody powinna dolać, aby otrzymać roztwór 6%?

138. Rozwiązać równanie $\binom{n}{n-2} = 6$.

139. Czy równanie $4\sin x \cos x = 2 + tg^2 x$ ma pierwiastki?

140. Rozwiązać równanie $2\cos^2 x - 3\cos x = 2$.

141. Czy odcinek AB, A(1,1), $B\left(-1,\sqrt{3}\right)$ leży w kole $x^2 + y^2 \le 4$.

142. Długość przekątnej prostopadłościanu o podstawie kwadratowej wynosi c. Jaką największą wartość może osiągnąć suma długości wszystkich krawędzi?

143. Rozwiązać nierówność $(x-1)(x-2)^2(x-3)^3 \ge 0$.

144. W koło o promieniu r wpisać trójkąt równoramienny o największym polu.

145. Czy proste $3x + 2y - 5 = 0$, $2x + 3y - 5 = 0$, $x + y - 2 = 0$ przecinają się w jednym punkcie?

146. Rozwiązać nierówność: $\log_2 \sin x < -\frac{1}{2}$, $x \in (0, \pi)$.

147. Zbadać liczbę pierwiastków równania $\left|x^2 - 4x + 3\right| = a$, w zależności od a.

148. Rozwiązać równanie $\sin x + \cos x = 1$.

149. Rozwiązać równanie $1 + \sqrt{x} = 2x$.

150. Obliczyć $\lim\limits_{x \to 0} \frac{tg\left(\frac{\pi}{2}x\right)}{\pi x}$.

151. W sześciokącie foremnym o polu równym S połączono środki kolejnych boków. Obliczyć pole powstałego w ten sposób sześciokąta.

152. Rozwiązać równanie $\log_4 \log_3 \log_2 x = 0$.

153. Czy trójkąt o wierzchołkach A(1,1), B(2,3), C(5,-1) jest prostokątny?

154. Sporządź wykres funkcji $y = (\sin x + \cos x)^2$.

155. W równoległoboku ABCD dane są $\overrightarrow{AB} = [-1,4]$, C(2,-3) oraz środek symetrii równoległoboku S(1,2). Wyznacz współrzędne pozostałych wierzchołków równoległoboku ABCD.

156. Zbadać różniczkowalność funkcji $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$.

157. Znajdź asymptoty wykresu funkcji $f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x - 1}$.

158. Czy funkcja $f(x) = x\left|x^2 - x\right|$, $x \in R$, jest różniczkowalna w punkcie 0?

159. Dane są funkcje: $f(x)=2x+1$ i $g(x)=-2x^2-2x+1$. Wyznacz współrzędne wspólnych punktów wykresu funkcji f i g.

160. Rozwiązać równanie $f'(x)+2f(x)=2\cos x$, gdzie $f(x)=\sin x+\cos x$ i $x\in R$.

161. Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x)=(x-2)^2-1$.

162. Dla jakiej wartości parametru m rozwiązanie układu

$$\begin{cases} 2x+y-m=0 \\ x+2y-1=0 \end{cases}$$

jest takie, że $x=\operatorname{tg}\alpha$ i $y=\operatorname{ctg}\alpha$.

163. Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n), w którym: $a_1 = 2$, $a_2 = 7$. Który wyraz ciągu (a_n) jest równy 497?

164. Wyznaczyć wymiary walca wpisanego w kulę o promieniu R tak, aby jego objętość była maksymalna.

165. Wyznacz piąty wyraz ciągu określonego wzorem

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = 2a_n \end{cases}$$

oraz oblicz sumę pięciu początkowych wyrazów tego ciągu.

166. W kulę o promieniu R wpisano ostrosłup prawidłowy trójkątny. Dla jakich wymiarów ostrosłupa jego objętość jest największa?

167. Odcinek A'B' jest obrazem odcinka AB o końcach A(2,-1), B(3,3) w jednokładności o skali k = -2 i środku w punkcie (0,0). Oblicz stosunek długości odcinka AB do długości odcinka A'B'.

168. Obwód prostokąta wynosi $2p$. Jaka powinna być długość jednego z boków prostokąta, aby objętość bryły otrzymanej przez obrót tego prostokąta dookoła drugiego boku była największą?

169. Trójkąt ABC ma boki o długościach 3,4,6. Zbadaj, czy ten trójkąt jest ostrokątny, prostokątny czy rozwartokątny?

170. Rozwiązać równanie $\sin 7x=\cos 5x$.

171. Czy 0,8 m^2 papieru wystarczy na oklejenie pudełka bez przykrywki w kształcie prostopadłościanu o wymiarach 3 dm, 4 dm, 5 dm?

172. Jakich przekształceń trzeba dokonać, aby z wykresu funkcji $y=x^2$ otrzymać wykres funkcji $y=2(x-1)^2+5$.

173. Długości sąsiednich boków równoległoboku są równe 5 i 8. Kąt pomiędzy nimi wynosi 60^o. Oblicz długości przekątnych rownoległoboku.

174. Dla jakich wartości c wektory $\vec{a}=[2,3]$ i $\vec{b}=[c,1+c]$ są prostopadłe, a dla jakich równoległe?

175. Dla jakich wartości parametru a funkcja $f(x)=x^3-ax^2+3x+1$ jest rosnąca?

176. Rozwiązać nierówność $\log_x\left(x^2-\frac{3}{16}\right)>4$.

177. Dane jest równanie $x^2+y^2-4x-6y+m^2-4m+11=0.$ Wyznacz te wartości $m\in R,$ dla których to równanie jest równaniem okręgu.

178. Rozwiązać nierówność $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2}>\left(\frac{3}{2}\right)^{-x}$.

179. Zbiór A jest zbiorem tych wartości parametru m, dla których funkcja $f(x)=(m-1)x^2+x+m+1$ ma dwa różne miejsca zerowe. Zbiór B jest zbiorem rozwiązań nierówności $|2m+1|\ge 3$. Wyznacz $(A\cup B)'$.

180. Dla jakiej wartości a wykres funkcji $y=\frac{x}{x+a}$ przecina oś odciętych pod kątem 45^o?

181. Rozwiązać równanie $2^{\sin^2 x}=1+2^{\cos^2 x}$.

182. Pole figury ograniczonej okręgiem opisanym na sześciokącie foremnym i brzegiem sześciokąta jest równe $2\pi-3\sqrt{3}$. Oblicz długość okręgu.

183. Rozwiązać nierówność $(0,2)^{\cos x-1}\le 1$.

184. Sporządź wykres funkcji $f(x)=\sin|x|,\ \ x\in R$.

185. W jakim układzie logarytmów $\log_x 100$ jest o $\frac{2}{3}$ większy od $\log_x 25$?

186. Rozwiązać równanie $\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2}=\sqrt{2}\sin x$.

187. Znaleźć największą i najmniejszą wartość funkcji $f(x)=x^4-2x^2+5,\quad x\in<-2,2>$.

188. Czy istnieje $x\in R$, dla którego układ

$$\begin{cases} x+ay=1\\ ax+y=a^2\end{cases}$$

ma nieskończenie wiele rozwiązań?

189. Nakreślić wykres funkcji $f(x)=\dfrac{x+5}{|x-1|}$.

190. Dla jakiej liczby naturalnej n liczba $\dfrac{15n+9}{5n+7}$ jest liczbą naturalną?

191. Obliczyć $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{x\cdot\cos x}$.

192. W walcu umieszczono czworościan foremny o boku a w ten sposób, że podstawa tego czworościanu jest wpisana w podstawę walca, a czwarty jego wierzchołek leży na drugiej podstawie walca. Oblicz pole powierzchni bocznej walca, gdy $a=\sqrt[4]{2}$.

193. Na wykresie funkcji $f(x)=\sin x+|\sin x|,\ x\in<0,3\pi>$ zaznaczyć punkty, w których ta funkcja nie ma pochodnej.

194. W kwadracie $ABCD$ dany jest wierzchołek $A(1,0)$ i wektor $\overrightarrow{AC}=[4,2]$. Znaleźć równania boków kwadratu.

195. Zamienić na ułamek zwykły 3,(17).

196. W jakiej odległości od środka kuli o promieniu 1 należy przeciąć ją płaszczyzną, aby stosunek powierzchni kuli do pola przekroju wyniósł $\dfrac{16}{3}$.

197. Zbadać monotoniczność ciągu o wyrazie ogólnym $a_n=\dfrac{n}{2n+5}$.

198. Jaki prostokąt o obwodzie 36cm ma najkrótszą przekątną?

199. Dana jest funkcja $f(x)=\dfrac{x+2}{x}$.Rozwiązać równanie $f\left(\dfrac{1}{x}\right)=\dfrac{x^2}{f'(1)}$.

200. Czy istnieje wielokąt, który ma tyle samo boków co przekątnych?