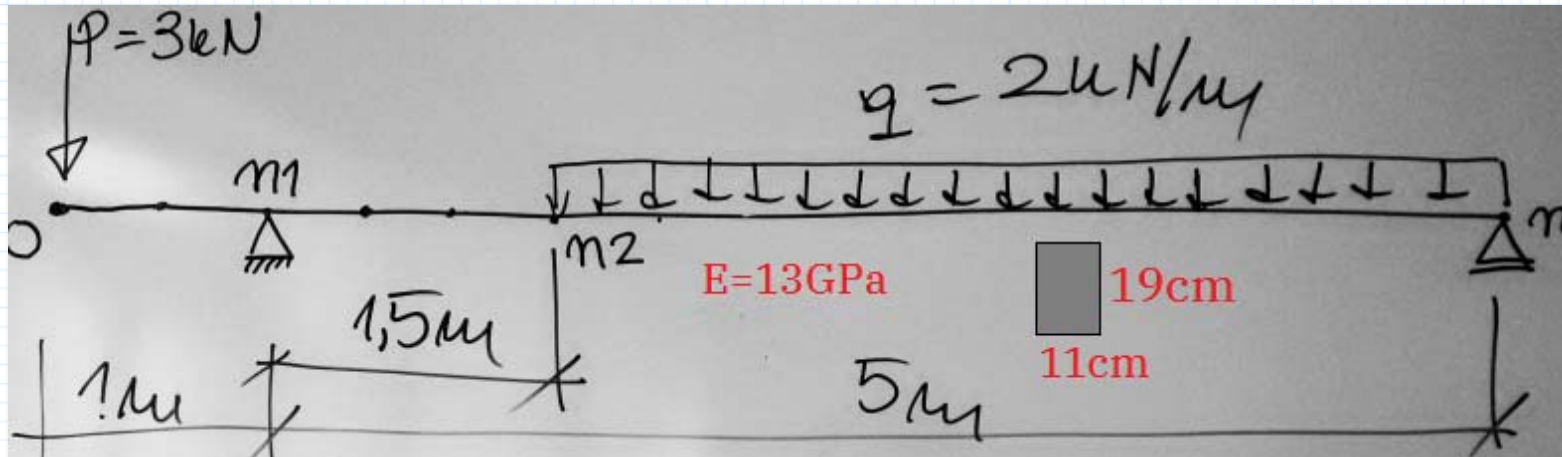


Ugięcie belki obliczone metodą różnic skończonych



ORIGIN := 0

$E := 13 \cdot \text{GPa}$ - moduł Younga drewna

$b := 11 \cdot \text{cm}$ - szerokość przekroju poprzecznego

$h := 19 \cdot \text{cm}$ - wysokość przekroju poprzecznego

$J := b \cdot \frac{h^3}{12}$ $J = 6287.417 \text{ cm}^4$ - moment bezwładności przekroju poprzecznego

$P := 3 \cdot \text{kN}$ $q := 2 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ $x1 := 1 \cdot \text{m}$ $x2 := 2.5 \text{ m}$ $L := 6 \cdot \text{m}$ - oznaczenia sił i odległości

Reakcje podpór

$$R1 := \frac{P \cdot L + 0.5 \cdot q \cdot (L - x2)^2}{L - x1} = 6.050 \text{ kN}$$

$$\Delta := 25 \cdot \text{cm} \quad \alpha := \frac{\Delta^2}{E \cdot J} = 76.465 \frac{1}{\text{GN}} \quad - \text{ parametr równania różnicowego - "podatność belki"}$$

$$n := \frac{L}{\Delta} = 24 \quad n1 := \frac{x1}{\Delta} = 4 \quad n2 := \frac{x2}{\Delta} = 10$$

Definicja funkcji momentów zginających

$$M1(x) := -P \cdot x \quad x \in (0, x1)$$

$$M2(x) := M1(x) + R1 \cdot (x - x1) \quad x \in (x1, x2)$$

$$M3(x) := M2(x) - \frac{q \cdot (x - x2)^2}{2} \quad x \in (x2, L)$$

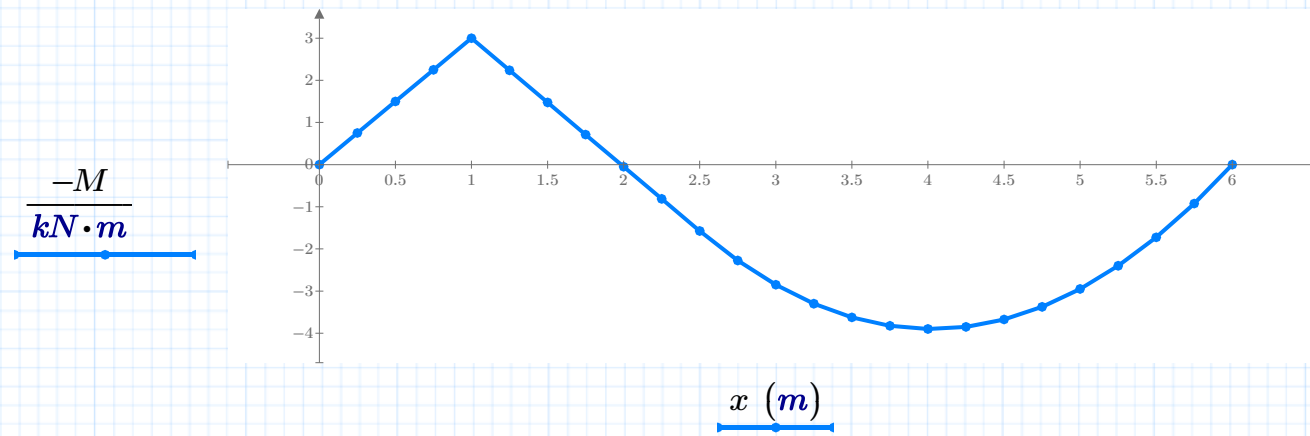
Współrzędne X punktów węzłowych

$$i := 0 \dots n \quad x_i := i \cdot \Delta$$

Obliczanie wartości momentów zginających

$$i := 0 \dots n1 \quad M_i := M1(x_i) \quad i := n1 + 1 \dots n2 \quad M_i := M2(x_i) \quad i := n2 + 1 \dots n \quad M_i := M3(x_i)$$

Wykres momentów zginających



$$M = \begin{bmatrix} 0.000 \\ -0.750 \\ -1.500 \\ -2.250 \\ -3.000 \\ -2.238 \\ -1.475 \\ -0.713 \\ 0.050 \\ 0.813 \\ 1.575 \\ 2.275 \\ 2.850 \\ 3.300 \\ 3.625 \\ 3.825 \\ \vdots \end{bmatrix} \text{ kN} \cdot \text{m} \quad x = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.3 \\ 0.5 \\ 0.8 \\ 1.0 \\ 1.3 \\ 1.5 \\ 1.8 \\ 2.0 \\ 2.3 \\ 2.5 \\ 2.8 \\ 3.0 \\ 3.3 \\ 3.5 \\ 3.8 \\ \vdots \end{bmatrix} \text{ m}$$

Tworzenie macierzy różnic skończonych

$$i := 0 \dots n \quad A_{i,i} := -2 \quad i := 1 \dots n \quad A_{i,i-1} := 1 \quad i := 0 \dots n-1 \quad A_{i,i+1} := 1$$

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.75 \\ -1.5 \\ -2.25 \\ -3 \\ -2.238 \\ -1.475 \\ -0.713 \\ 0.05 \\ 0.813 \\ 1.575 \\ 2.275 \\ 2.85 \\ 3.3 \\ 3.625 \\ 3.825 \\ \vdots \end{bmatrix} \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Warunki brzegowe: $y_{n1}=0$ $y_n=0$

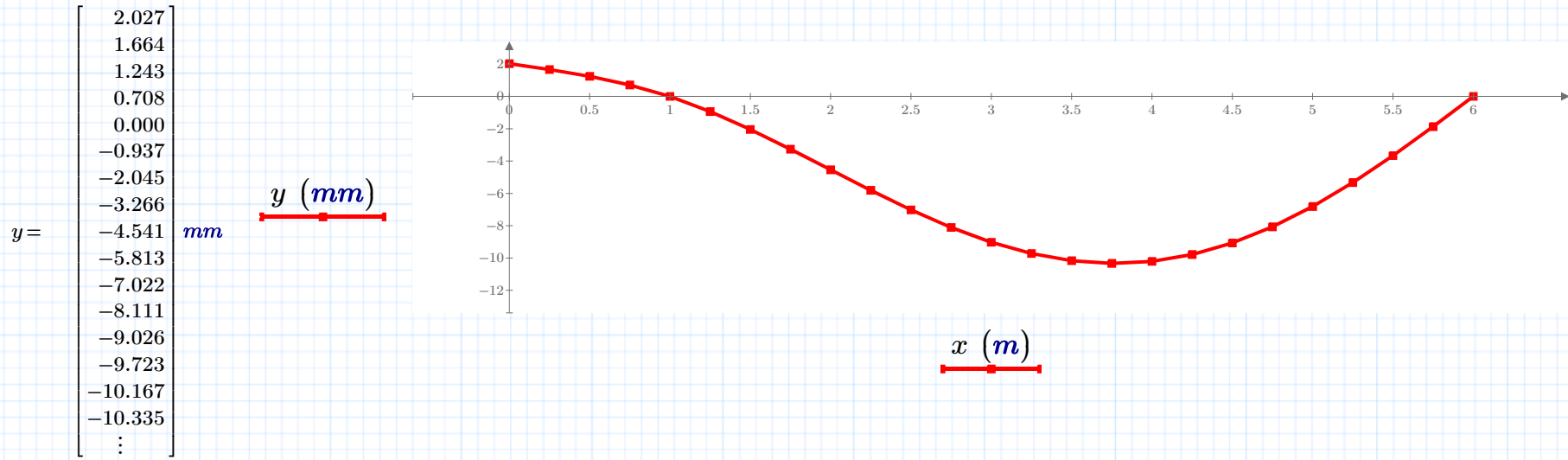
$i:=0..n$ $A_{0,i}:=0$ <-----modyfikacja wiersza 0 , warunek brzegowy $y_{n1}=0$ $A_{0,n1}:=1$

$i:=0..n$ $A_{n,i}:=0$ <-----modyfikacja wiersza n , warunek brzegowy $y_n=0$ $A_{n,n}:=1$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ & & & & & & & & & & & & \ddots \end{bmatrix} \quad A \cdot y = \alpha M \quad M = \begin{bmatrix} 0.000 \\ -0.750 \\ -1.500 \\ -2.250 \\ -3.000 \\ -2.238 \\ -1.475 \\ -0.713 \\ 0.050 \\ 0.813 \\ 1.575 \\ 2.275 \\ 2.850 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad kN \cdot m$$

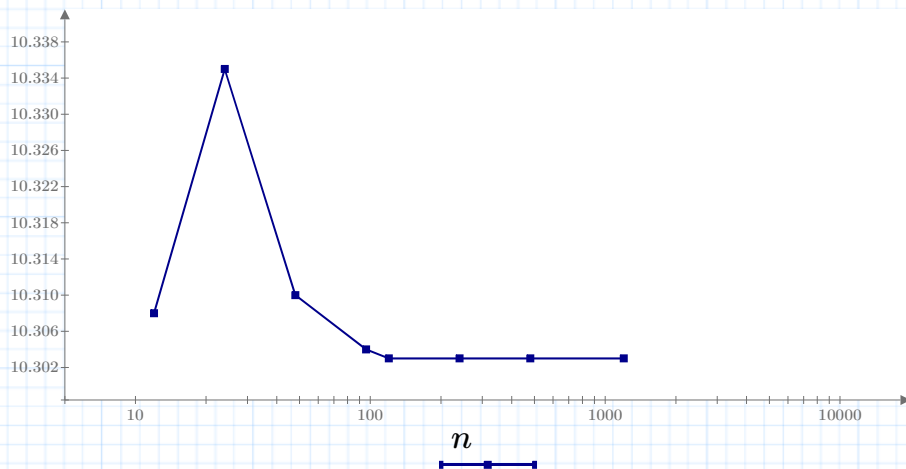
Metoda implicit - należy rozwiązać układ równań $y := \text{lsolve}(A, \alpha \cdot M)$

Ugięcie belki



$$n=24 \quad \min(y) = -10.335 \text{ mm}$$

sprawdzenie zbieżności rozwiązania numerycznego



$$n := \begin{bmatrix} 12 \\ 24 \\ 48 \\ 96 \\ 120 \\ 240 \\ 480 \\ 1200 \end{bmatrix} \quad u := \begin{bmatrix} 10.308 \\ 10.335 \\ 10.310 \\ 10.304 \\ 10.303 \\ 10.303 \\ 10.303 \\ 10.303 \end{bmatrix} \cdot \text{mm}$$