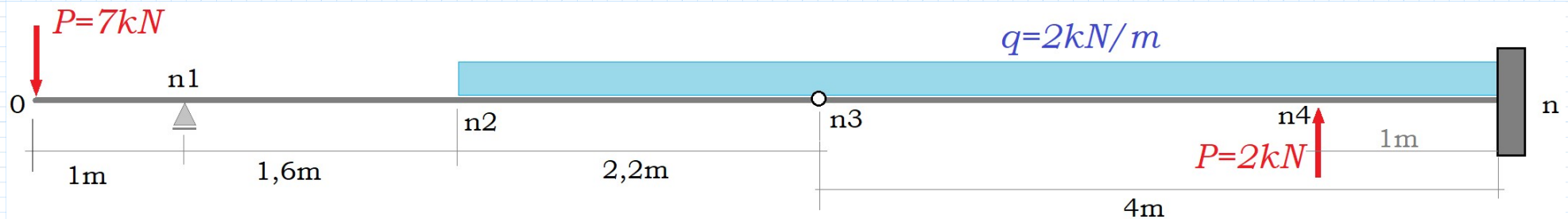


Ugięcie belki obliczone metodą różnic skończonych



ORIGIN := 0

$E := 11 \cdot \text{GPa}$ - moduł Younga drewna

$b := 10 \cdot \text{cm}$ - szerokość przekroju poprzecznego

$h := 18 \cdot \text{cm}$ - wysokość przekroju poprzecznego

$J := b \cdot \frac{h^3}{12}$ $J = 4860.000 \text{ cm}^4$ - moment bezwładności przekroju poprzecznego

$P1 := 7 \cdot \text{kN}$ $q := 2 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ $L1 := 1 \cdot \text{m}$ $L2 := 2.6 \text{ m}$ $L3 := 4.8 \text{ m}$ $L := 8.8 \cdot \text{m}$ - oznaczenia sił i odległości

Reakcje podpór $L4 := L - 1 \text{ m}$

$$R1 := \frac{P1 \cdot L3 + q \cdot \frac{(L3 - L2)^2}{2}}{L3 - L1} = 10.116 \text{ kN} \quad P2 := 2 \text{ kN}$$

$$\Delta := 20 \cdot \text{cm} \quad \alpha := \frac{\Delta^2}{E \cdot J} = 74.822 \frac{1}{\text{GN}}$$

- parametr równania różnicowego - "podatność belki"

$$n := \frac{L}{\Delta} = 44$$

$$n1 := \frac{L1}{\Delta} = 5$$

$$n2 := \frac{L2}{\Delta} = 13$$

$$n3 := \frac{L3}{\Delta} = 24$$

$$n4 := \frac{L4}{\Delta} = 39$$

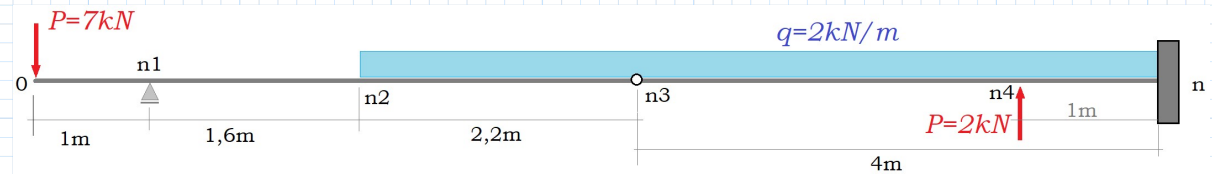
Definicja funkcji momentów zginających

$$M1(x) := -P1 \cdot x \quad x \in (0, L1)$$

$$M2(x) := M1(x) + R1 \cdot (x - L1) \quad x \in (L1, L2)$$

$$M3(x) := M2(x) - q \cdot \frac{(x - L2)^2}{2} \quad x \in (L2, L4)$$

$$M4(x) := M3(x) + P2 \cdot (x - L4) \quad x \in (L4, L)$$



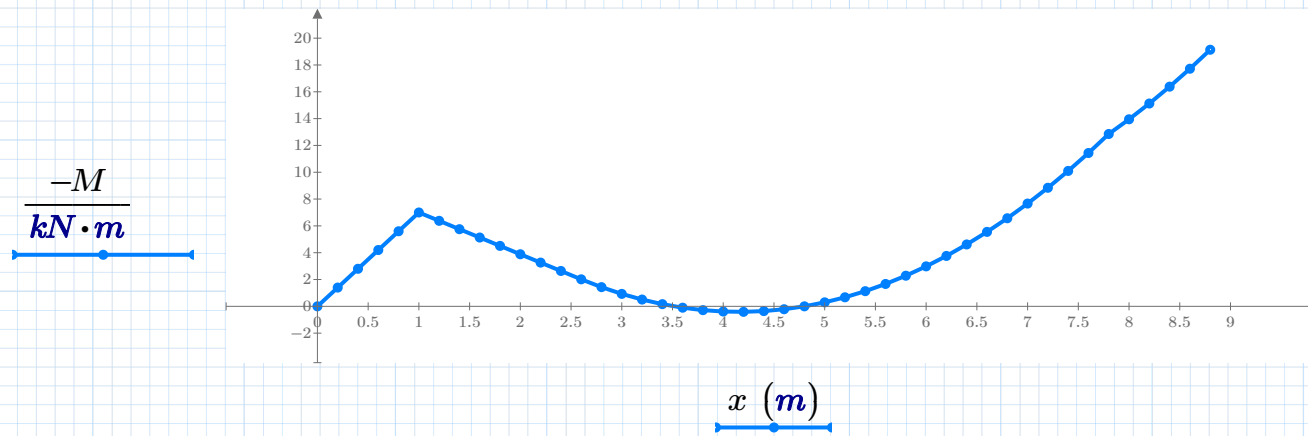
Współrzędne X punktów węzłowych

$$i := 0 \dots n \quad x_i := i \cdot \Delta$$

Obliczanie wartości momentów zginających

$$i := 0 \dots n1 \quad M_i := M1(x_i) \quad i := n1 \dots n2 \quad M_i := M2(x_i) \quad i := n2 \dots n4 \quad M_i := M3(x_i) \quad i := n4 \dots n \quad M_i := M4(x_i)$$

Wykres momentów zginających



0.000	0.0
-1.400	0.2
-2.800	0.4
-4.200	0.6
-5.600	0.8
-7.000	1.0
-6.377	1.2
-5.754	1.4
-5.131	1.6
-4.507	1.8
-3.884	2.0
-3.261	2.2
-2.638	2.4
-2.015	2.6
-1.432	2.8
-0.928	3.0
-0.505	3.2
-0.162	3.4
0.101	3.6
0.284	3.8
0.387	4.0
0.411	4.2
0.354	4.4
0.217	4.6
0.000	4.8
-0.297	5.0
-0.674	5.2
-1.131	5.4
$\vdots$	$\vdots$

Tworzenie macierzy różnic skończonych

$$i := 0 \dots n \quad A_{i,i} := -2 \quad i := 1 \dots n \quad A_{i,i-1} := 1 \quad i := 0 \dots n-1 \quad A_{i,i+1} := 1$$

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & & & & & & & & & \ddots \end{bmatrix}$$

Warunki brzegowe: $y_{n1}=0$ $y_n=0$ $\varphi_n=0$ -----> $2 \cdot y_{n-1} = \alpha M_n$

$i:=0..n$ $A_{0,i}:=0$ <-----modyfikacja wiersza 0 , warunek brzegowy $y_0=0$ $A_{0,n1}:=1$

$i:=0..n$ $A_{n3,i}:=0$ <-----modyfikacja wiersza n3 , warunek brzegowy $y_n=0$ $A_{n3,n}:=1$

$i:=0..n$ $A_{n,i}:=0$ <-----modyfikacja wiersza n , warunek brzegowy $\varphi_n=0$ $A_{n,n-1}:=2$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & & & & & & \ddots & & & \end{bmatrix} M = \begin{bmatrix} 0.000 \\ -1.400 \\ -2.800 \\ -4.200 \\ -5.600 \\ -7.000 \\ -6.377 \\ -5.754 \\ -5.131 \\ -4.507 \\ -3.884 \\ -3.261 \\ -2.638 \\ -2.015 \\ -1.432 \\ -0.928 \\ \vdots \end{bmatrix} \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Metoda implicit - należy rozwiązać układ równań $y := \text{lsolve}(A, \alpha \cdot M)$

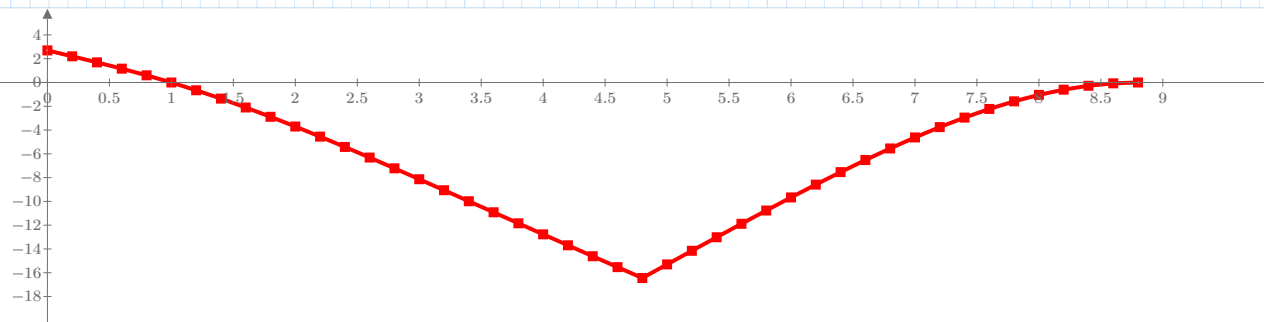
Ugięcie belki

$y =$

2.698
2.200
1.692
1.163
0.602
0.000
-0.655
-1.357
-2.103
-2.887
-3.705
-4.551
-5.422
-6.313
-7.219
-8.136
-9.059
-9.987
$\vdots$

cm

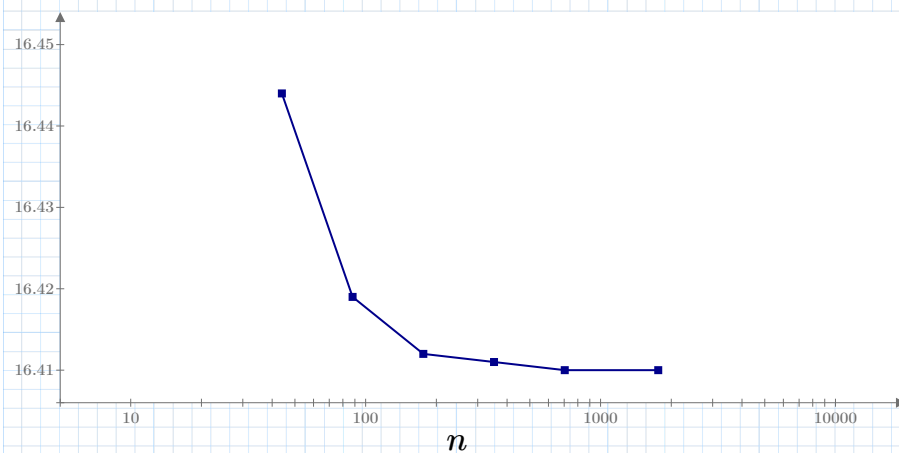
y (cm)



x (m)

$n = 44$ $\min(y) = -16.444$ cm

sprawdzenie zbieżności rozwiązania numerycznego



u (cm)

$n :=$

44
88
176
352
704
1760

 $u :=$

16.444
16.419
16.412
16.411
16.410
16.410

 • cm