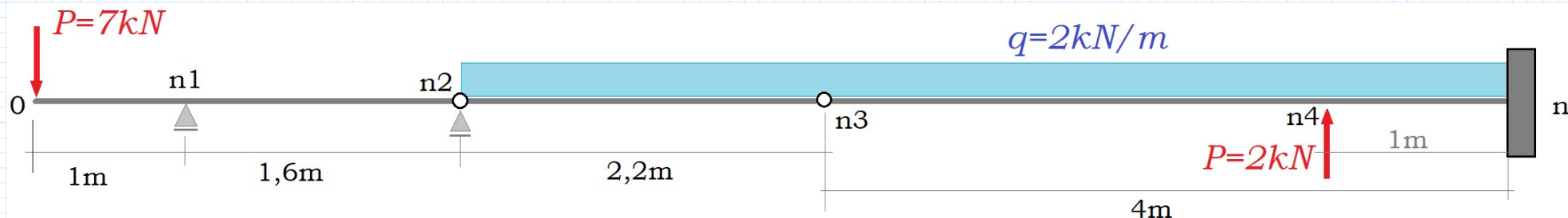


Ugięcie belki obliczone metodą różnic skończonych



ORIGIN := 0

$E := 11 \cdot \text{GPa}$ - moduł Younga drewna

$b := 10 \cdot \text{cm}$ - szerokość przekroju poprzecznego

$h := 18 \cdot \text{cm}$ - wysokość przekroju poprzecznego

$J := b \cdot \frac{h^3}{12}$ $J = 4860.000 \text{ cm}^4$ - moment bezwładności przekroju poprzecznego

$P1 := 7 \cdot \text{kN}$ $q := 2 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ $L1 := 1 \cdot \text{m}$ $L2 := 2.6 \text{ m}$ $L3 := 4.8 \text{ m}$ $L := 8.8 \cdot \text{m}$ - oznaczenia sił i odległości

Reakcje podpór

$L4 := L - 1 \text{ m}$

$P2 := 2 \text{ kN}$

$$R1 := \frac{P1 \cdot L2}{L2 - L1} = 11.375 \text{ kN}$$

$$R2 := \frac{P1 \cdot L3 - R1 \cdot (L3 - L1) + q \cdot \frac{(L3 - L2)^2}{2}}{L3 - L2} = -2.175 \text{ kN}$$

$$\Delta := 20 \cdot \text{cm} \quad \alpha := \frac{\Delta^2}{E \cdot J} = 74.822 \frac{1}{\text{GN}}$$

- parametr równania różnicowego - "podatność belki"

$$n := \frac{L}{\Delta} = 44$$

$$n1 := \frac{L1}{\Delta} = 5$$

$$n2 := \frac{L2}{\Delta} = 13$$

$$n3 := \frac{L3}{\Delta} = 24$$

$$n4 := \frac{L4}{\Delta} = 39$$

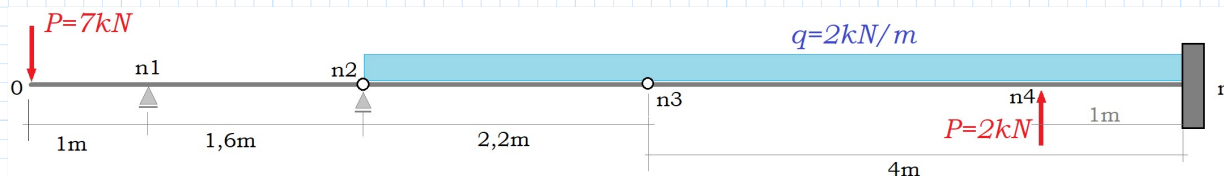
Definicja funkcji momentów zginających

$$M1(x) := -P1 \cdot x \quad x \in (0, L1)$$

$$M2(x) := M1(x) + R1 \cdot (x - L1) \quad x \in (L1, L2)$$

$$M3(x) := M2(x) - q \cdot \frac{(x - L2)^2}{2} + R2 \cdot (x - L2) \quad x \in (L2, L3)$$

$$M4(x) := M3(x) + P2 \cdot (x - L4) \quad x \in (L4, L)$$



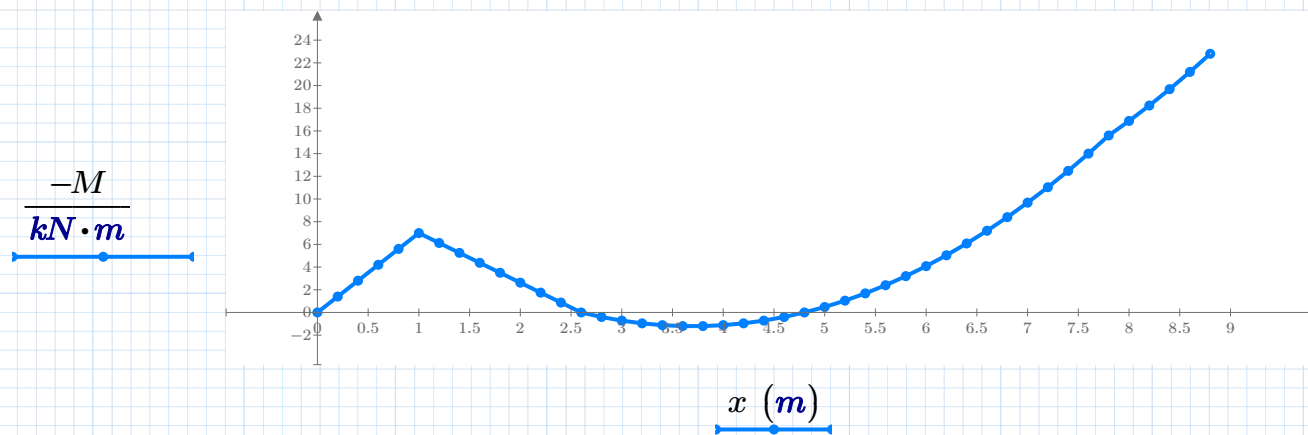
Współrzędne X punktów węzłowych

$$i := 0 \dots n \quad x_i := i \cdot \Delta$$

Obliczanie wartości momentów zginających

$$i := 0 \dots n1 \quad M_i := M1(x_i) \quad i := n1 \dots n2 \quad M_i := M2(x_i) \quad i := n2 \dots n4 \quad M_i := M3(x_i) \quad i := n4 \dots n \quad M_i := M4(x_i)$$

Wykres momentów zginających

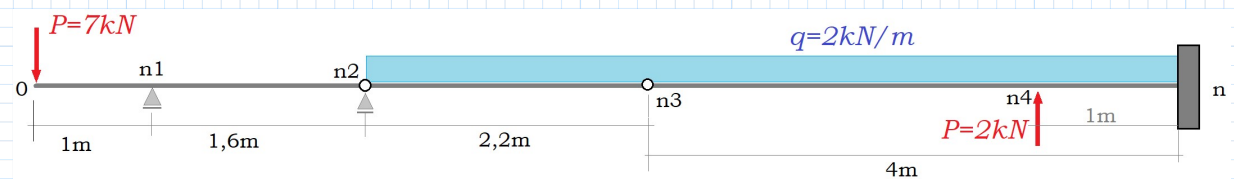


$M =$	0.000	$x =$	0.0
	-1.400		0.2
	-2.800		0.4
	-4.200		0.6
	-5.600		0.8
	-7.000		1.0
	-6.125		1.2
	-5.250		1.4
	-4.375		1.6
	-3.500		1.8
	-2.625		2.0
	-1.750		2.2
	-0.875		2.4
	0.000		2.6
	0.400		2.8
	0.720		3.0
	0.960		3.2
	1.120		3.4
	1.200		3.6
	1.200		3.8
	1.120		4.0
	0.960		4.2
	0.720		4.4
	0.400		4.6
	-0.000		4.8
	-0.480		5.0
	-1.040		5.2
	-1.680		5.4
	$\vdots$		$\vdots$

Tworzenie macierzy różnic skończonych

$$i := 0..n \quad A_{i,i} := -2 \quad i := 1..n \quad A_{i,i-1} := 1 \quad i := 0..n-1 \quad A_{i,i+1} := 1$$

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



Warunki brzegowe: $y_{n1}=0$ $y_{n2}=0$ $y_n=0$ $\varphi_n=0$ -----> $2 \cdot y_{n-1} = \alpha M_n$

$i:=0..n$ $A_{0,i}:=0$ <-----modyfikacja wiersza 0 , warunek brzegowy $y_{n1}=0$ $A_{0,n1}:=1$

$i:=0..n$ $A_{n2,i}:=0$ <-----modyfikacja wiersza 0 , warunek brzegowy $y_{n2}=0$ $A_{n2,n2}:=1$

$i:=0..n$ $A_{n3,i}:=0$ <-----modyfikacja wiersza n3 , warunek brzegowy $y_n=0$ $A_{n3,n}:=1$

$i:=0..n$ $A_{n,i}:=0$ <-----modyfikacja wiersza n , warunek brzegowy $\varphi_n=0$ $A_{n,n-1}:=2$

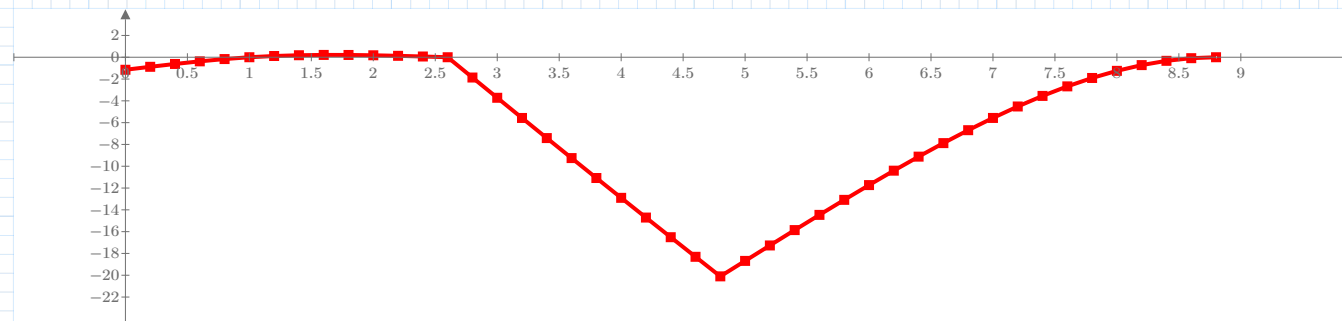
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & & & & & & & \ddots & & \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} 0.000 \\ -1.400 \\ -2.800 \\ -4.200 \\ -5.600 \\ -7.000 \\ -6.125 \\ -5.250 \\ -4.375 \\ -3.500 \\ -2.625 \\ -1.750 \\ -0.875 \\ 0.000 \\ 0.400 \\ 0.720 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad kN \cdot m$$

Metoda implicit - należy rozwiązać układ równań $y := \text{lsolve}(A, \alpha \cdot M)$

Ugięcie belki

$$y = \begin{bmatrix} -1.149 \\ -0.877 \\ -0.616 \\ -0.376 \\ -0.167 \\ 0.000 \\ 0.115 \\ 0.183 \\ 0.213 \\ 0.210 \\ 0.180 \\ 0.131 \\ \vdots \end{bmatrix} \text{ cm}$$

$y \text{ (cm)}$

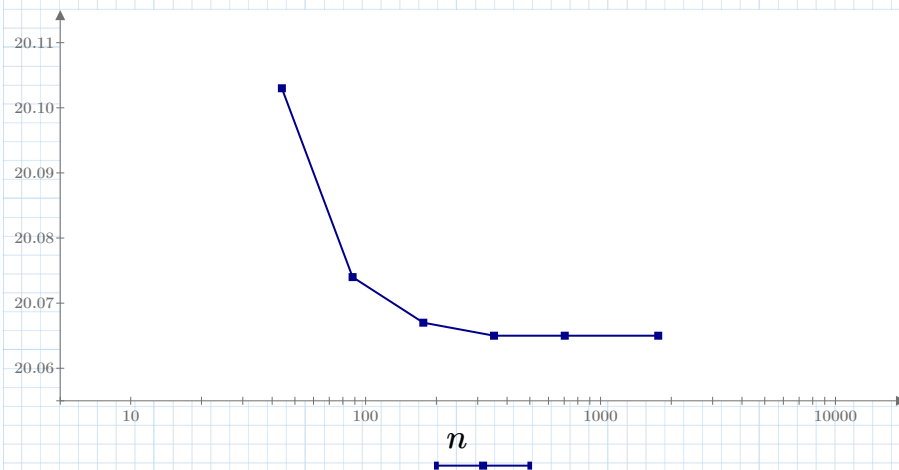


$x \text{ (m)}$

$$n = 44 \quad \min(y) = -20.103 \text{ cm}$$

$$n := \begin{bmatrix} 44 \\ 88 \\ 176 \\ 352 \\ 704 \\ 1760 \end{bmatrix} \quad u := \begin{bmatrix} 20.103 \\ 20.074 \\ 20.067 \\ 20.065 \\ 20.065 \\ 20.065 \end{bmatrix} \cdot \text{cm}$$

sprawdzenie zbieżności rozwiązania numerycznego



$u \text{ (cm)}$