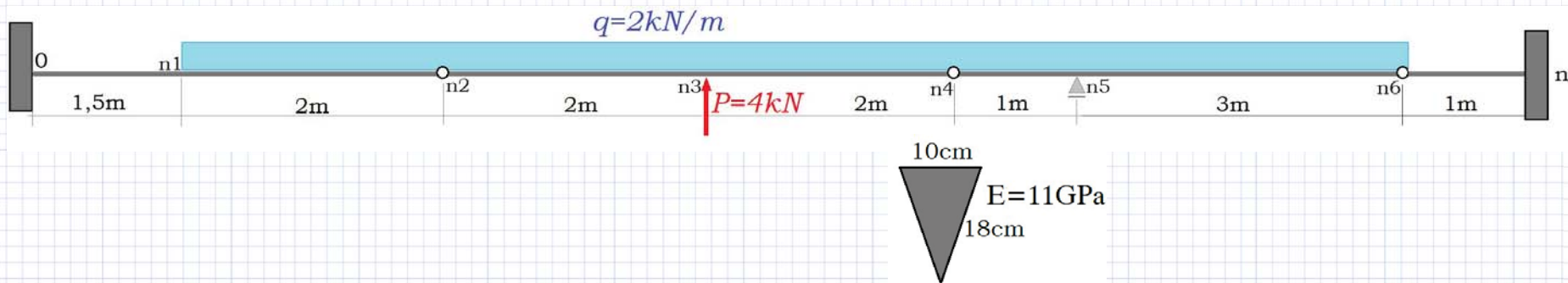


Ugięcie belki obliczone metodą różnic skończonych



ORIGIN := 0

$E := 11 \cdot \text{GPa}$ - moduł Younga drewna

$b := 10 \cdot \text{cm}$ - szerokość przekroju poprzecznego

$h := 18 \cdot \text{cm}$ - wysokość przekroju poprzecznego $d := 6 \cdot \text{cm}$ - średnica otworu

$J := \frac{b \cdot h^3}{36}$ $J = 1620.000 \text{ cm}^4$ - moment bezwładności przekroju poprzecznego

$P := 4 \cdot \text{kN}$ $q := 2 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ - oznaczenia obciążeń

$x1 := 1.5 \cdot \text{m}$ $x2 := 3.5 \text{ m}$ $x3 := 5.5 \text{ m}$ $x4 := 7.5 \text{ m}$ $x5 := 8.5 \text{ m}$ $x6 := 11.5 \text{ m}$ $L := 12.5 \cdot \text{m}$ - oznaczenia odległości

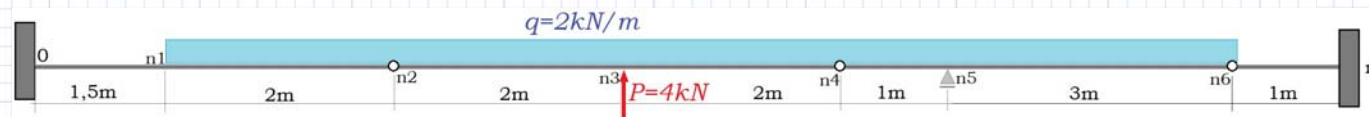
$\Delta := 50 \cdot \text{cm}$ $\alpha := \frac{\Delta^2}{E \cdot J} = 1402.918 \frac{1}{\text{GN}}$ - parametr równania różnicowego - "podatność belki"

$$n := \frac{L}{\Delta} = 25 \quad n1 := \frac{x1}{\Delta} = 3 \quad n2 := \frac{x2}{\Delta} = 7 \quad n3 := \frac{x3}{\Delta} = 11 \quad n4 := \frac{x4}{\Delta} = 15 \quad n5 := \frac{x5}{\Delta} = 17 \quad n6 := \frac{x6}{\Delta} = 23$$

Siły w przegubach n2, n4

$$T2 := \frac{q \cdot (x4 - x2) - P}{2}$$

$$T4 := T2 = 2.000 \text{ kN}$$



Reakcja R5

$$R5 := \frac{T4 \cdot (x6 - x4) + 0.5 \cdot q \cdot (x6 - x4)^2}{x6 - x5} = 8.000 \text{ kN}$$

Definicja funkcji momentów zginających

$$M2(x) := T2 \cdot (x - x2) - q \cdot \frac{(x - x2)^2}{2} \quad x \in (x1, x3) \quad M1(x) := M2(x) + q \cdot \frac{(x1 - x)^2}{2} \quad x \in (0, x1)$$

$$M3(x) := M2(x) + P \cdot (x - x3) \quad x \in (x2, x5) \quad M4(x) := M3(x) + R5 \cdot (x - x5) \quad x \in (x5, x6)$$

$$M5(x) := M4(x) + q \cdot \frac{(x - x6)^2}{2} \quad x \in (x6, L)$$

Współrzędne X punktów węzłowych

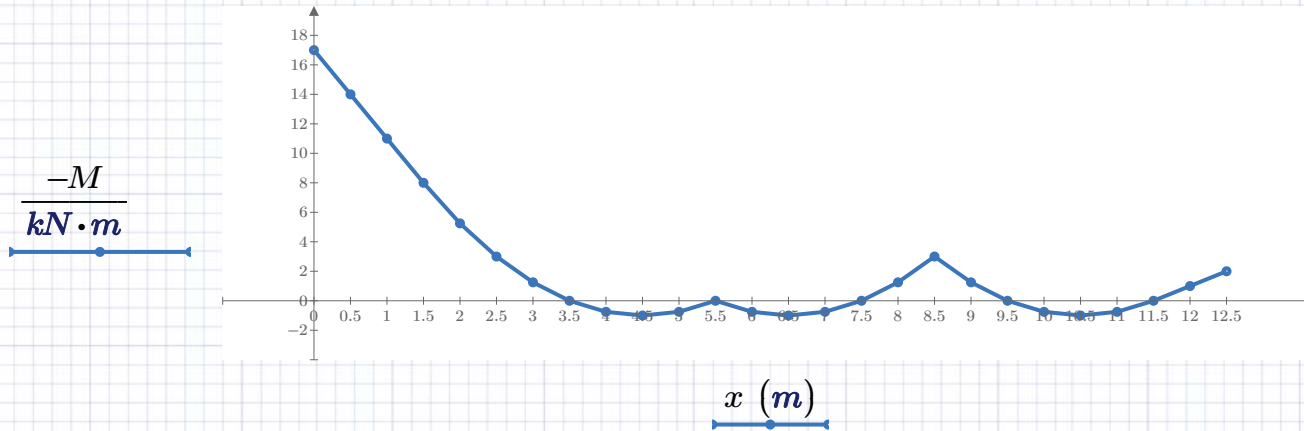
$$i := 0 \dots n \quad x_i := i \cdot \Delta$$

Obliczanie wartości momentów zginających

$$i := 0 \dots n1 \quad M_i := M1(x_i) \quad i := n1 \dots n3 \quad M_i := M2(x_i) \quad i := n3 \dots n5 \quad M_i := M3(x_i)$$

$$i := n5 \dots n6 \quad M_i := M4(x_i) \quad i := n6 \dots n \quad M_i := M5(x_i)$$

Wykres momentów zginających



$M =$	-17.000	$kN \cdot m$	$x =$	0.0	m
	-14.000			0.5	
	-11.000			1.0	
	-8.000			1.5	
	-5.250			2.0	
	-3.000			2.5	
	-1.250			3.0	
	0.000			3.5	
	0.750			4.0	
	1.000			4.5	
	0.750			5.0	
	0.000			5.5	
	0.750			6.0	
	1.000			6.5	
	0.750			7.0	
	0.000			7.5	
	-1.250			8.0	
-3.000	8.5				
-1.250	9.0				
0.000	9.5				
0.750	10.0				
$\vdots$	$\vdots$				

Tworzenie macierzy różnic skończonych

$$i:=0..n \quad A_{i,i} := -2 \qquad i:=1..n \quad A_{i,i-1} := 1 \qquad i:=0..n-1 \quad A_{i,i+1} := 1$$

[illegible]

Warunki brzegowe: $y_0 = 0$ $\varphi_0 = 0 \rightarrow 2 \cdot y_1 = \alpha M_0$ $y_{n5} = 0$ $y_n = 0$ $\varphi_n = 0 \rightarrow 2 \cdot y_{n-1} = \alpha M_n$

$$B := \begin{bmatrix} n2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ n4 & n5 & 1 \\ n6 & n & 1 \\ n & n-1 & 2 \end{bmatrix} \quad i := 0 \dots \text{rows}(B) - 1 \quad k := 0 \dots n \quad A_{B_{i,0},k} := 0 \quad A_{B_{i,0},B_{i,1}} := B_{i,2}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} -17.000 \\ -14.000 \\ -11.000 \\ -8.000 \\ -5.250 \\ -3.000 \\ -1.250 \\ 0.000 \\ 0.750 \\ 1.000 \\ 0.750 \\ 0.000 \\ 0.750 \\ 1.000 \\ 0.750 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad kN \cdot m$$

Metoda implicit - należy rozwiązać układ równań $y := \text{lsolve}(A, \alpha \cdot M)$

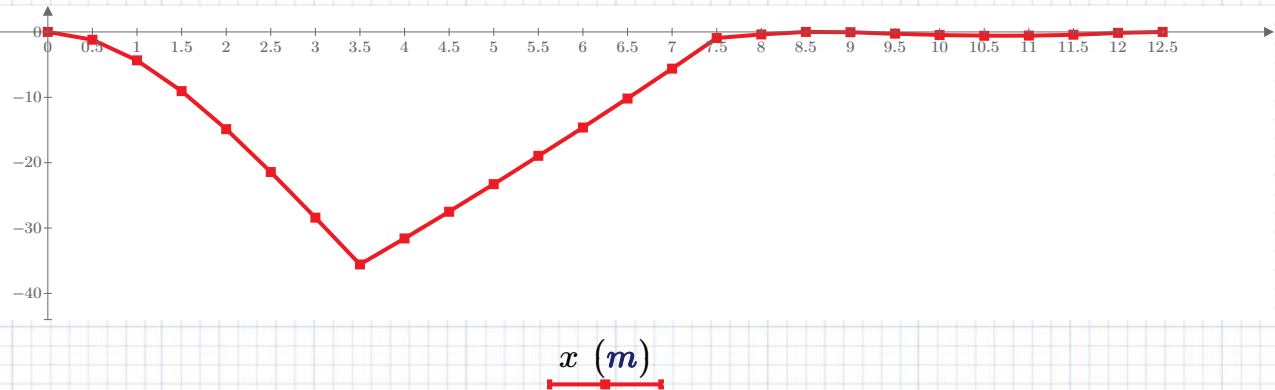
Ugięcie belki

$y =$

-0.000
-1.192
-4.349
-9.049
-14.871
-21.430
-28.409
-35.564
-31.586
-27.503
-23.280
-18.951
-14.622
-10.189
-5.615
-0.935
$\vdots$

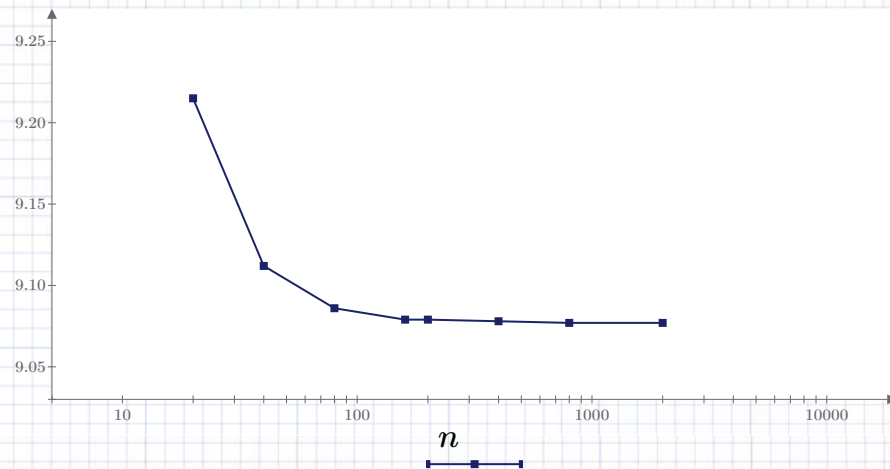
 cm

$y \text{ (cm)}$



$n=25 \quad \min(y) = -35.564 \text{ cm}$

sprawdzenie zbieżności rozwiązania numerycznego



$u \text{ (cm)}$

$n :=$

20
40
80
160
200
400
800
2000

 $u :=$

9.215
9.112
9.086
9.079
9.079
9.078
9.077
9.077

 $\cdot cm$