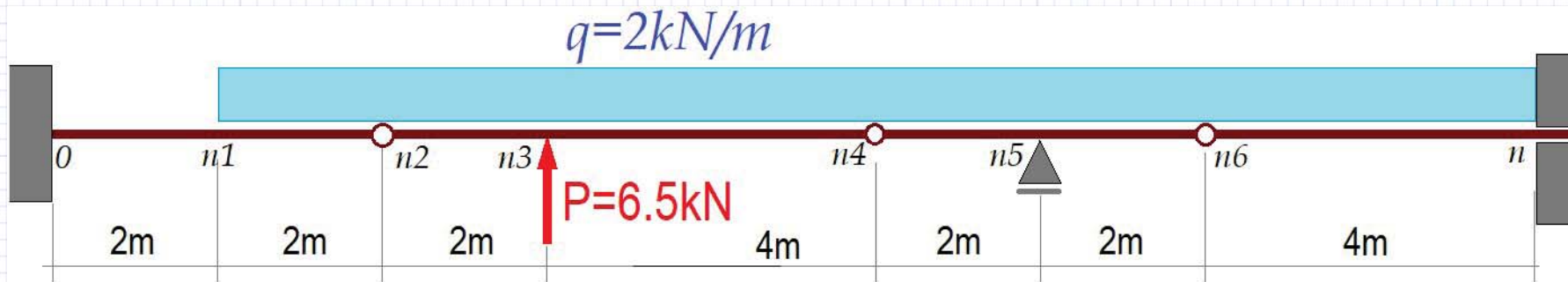


Ugięcie belki obliczone metodą różnic skończonych



ORIGIN := 0

$E := 13 \cdot \text{GPa}$ - moduł Younga drewna

$b := 11 \cdot \text{cm}$ - szerokość przekroju poprzecznego

$h := 19 \cdot \text{cm}$ - wysokość przekroju poprzecznego $d := 6 \cdot \text{cm}$ - średnica otworu

$J := \frac{b \cdot h^3}{36}$ $J = 2095.806 \cdot \text{cm}^4$ - moment bezwładności przekroju poprzecznego

$P := 6.5 \cdot \text{kN}$ $q := 2 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ - oznaczenia obciążeń

$x1 := 2 \cdot \text{m}$ $x2 := 4 \cdot \text{m}$ $x3 := 6 \cdot \text{m}$ $x4 := 10 \cdot \text{m}$ $x5 := 12 \cdot \text{m}$ $x6 := 14 \cdot \text{m}$ $L := 18 \cdot \text{m}$ - oznaczenia odległości

$\Delta := 50 \cdot \text{cm}$ $\alpha := \frac{\Delta^2}{E \cdot J} = 917.584 \frac{1}{\text{GN}}$ - parametr równania różnicowego - "podatność belki"

$$n := \frac{L}{\Delta} = 36 \quad n1 := \frac{x1}{\Delta} = 4 \quad n2 := \frac{x2}{\Delta} = 8 \quad n3 := \frac{x3}{\Delta} = 12 \quad n4 := \frac{x4}{\Delta} = 20 \quad n5 := \frac{x5}{\Delta} = 24 \quad n6 := \frac{x6}{\Delta} = 28$$

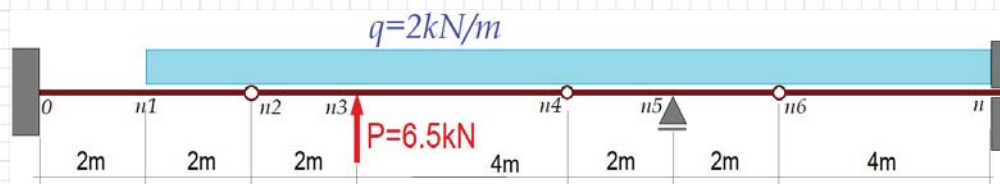
Siły w przegubach n2, n4

$$T2 := \frac{0.5 \cdot q \cdot (x4 - x2)^2 - P \cdot (x4 - x3)}{x4 - x2} = 1.667 \text{ kN}$$

$$T4 := q \cdot (x4 - x2) - P - T2 = 3.833 \text{ kN}$$

Reakcja R5

$$R5 := \frac{T4 \cdot (x6 - x4) + 0.5 \cdot q \cdot (x6 - x4)^2}{x6 - x5} = 15.667 \text{ kN}$$



Definicja funkcji momentów zginających

$$M2(x) := T2 \cdot (x - x2) - q \cdot \frac{(x - x2)^2}{2} \quad x \in (x1, x3) \quad M1(x) := M2(x) + q \cdot \frac{(x1 - x)^2}{2} \quad x \in (0, x1)$$

$$M3(x) := M2(x) + P \cdot (x - x3) \quad x \in (x2, x5) \quad M4(x) := M3(x) + R5 \cdot (x - x5) \quad x \in (x5, L)$$

Współrzędne X punktów węzłowych

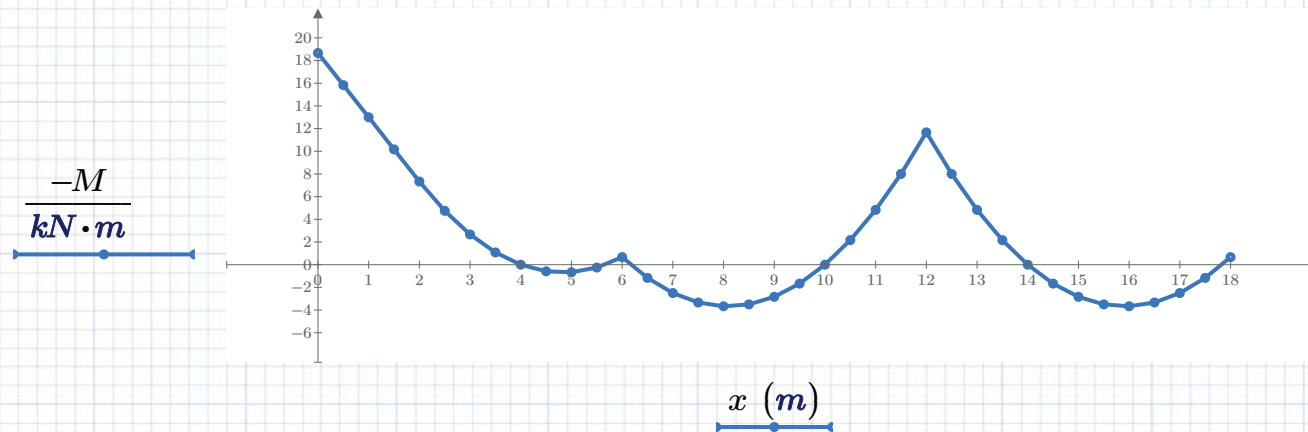
$$i := 0 \dots n \quad x_i := i \cdot \Delta$$

Obliczanie wartości momentów zginających

$$i := 0 \dots n1 \quad M_i := M1(x_i) \quad i := n1 \dots n3 \quad M_i := M2(x_i) \quad i := n3 \dots n5 \quad M_i := M3(x_i)$$

$$i := n5 \dots n \quad M_i := M4(x_i)$$

Wykres momentów zginających



$M =$	-15.833	$x =$	0.5
	-13.000		1.0
	-10.167		1.5
	-7.333		2.0
	-4.750		2.5
	-2.667		3.0
	-1.083		3.5
	0.000		4.0
	0.583		4.5
	0.667		5.0
	0.250		5.5
	-0.667		6.0
	1.167		6.5
	2.500		7.0
	3.333		7.5
	3.667		8.0
	3.500		8.5
	2.833		9.0
	1.667		9.5
	0.000		10.0
	$\vdots$		$\vdots$

Tworzenie macierzy różnic skończonych

$$\begin{aligned}
 & i := 0 \dots n \quad A_{i,i} := -2 \quad i := 1 \dots n \quad A_{i,i-1} := 1 \quad i := 0 \dots n-1 \quad A_{i,i+1} := 1 \\
 & A = \begin{bmatrix}
 -2 & 1 & 0 \\
 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\
 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

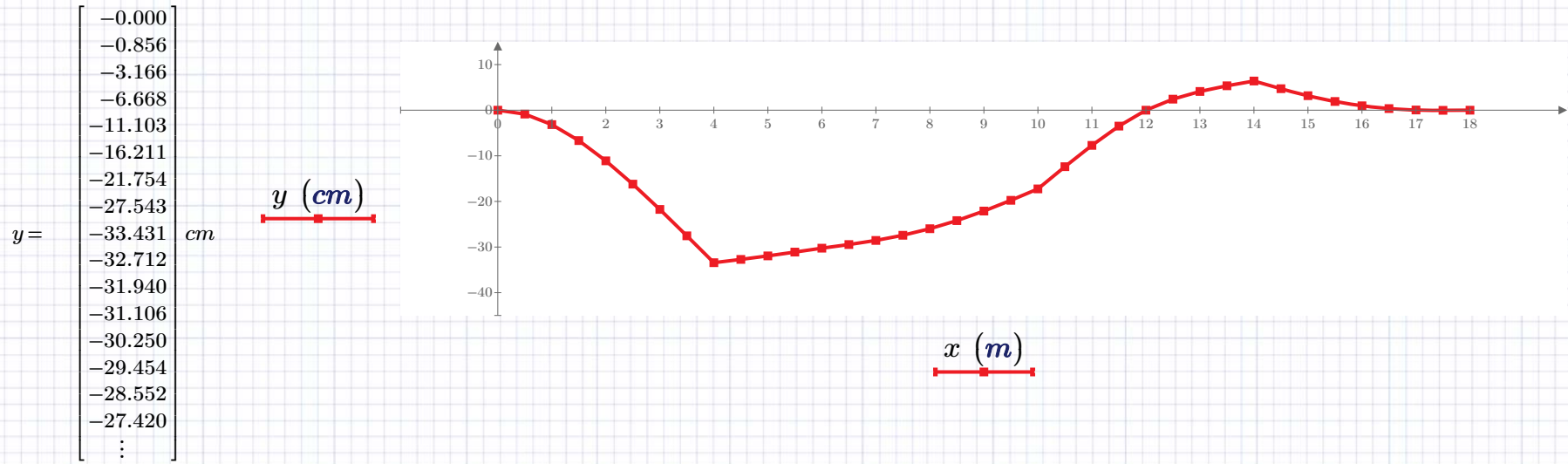
Warunki brzegowe: $y_0 = 0$ $\varphi_0 = 0 \rightarrow 2 \cdot y_1 = \alpha M_0$ $y_{n5} = 0$ $y_n = 0$ $\varphi_n = 0 \rightarrow 2 \cdot y_{n-1} = \alpha M_n$

$$B := \begin{bmatrix} n2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ n4 & n5 & 1 \\ n6 & n & 1 \\ n & n-1 & 2 \end{bmatrix} \quad i := 0 \dots \text{rows}(B) - 1 \quad k := 0 \dots n \quad A_{B_{i,0},k} := 0 \quad A_{B_{i,0},B_{i,1}} := B_{i,2}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & & & & & & \ddots & & \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} -18.667 \\ -15.833 \\ -13.000 \\ -10.167 \\ -7.333 \\ -4.750 \\ -2.667 \\ -1.083 \\ 0.000 \\ 0.583 \\ 0.667 \\ 0.250 \\ -0.667 \\ 1.167 \\ 2.500 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad kN \cdot m$$

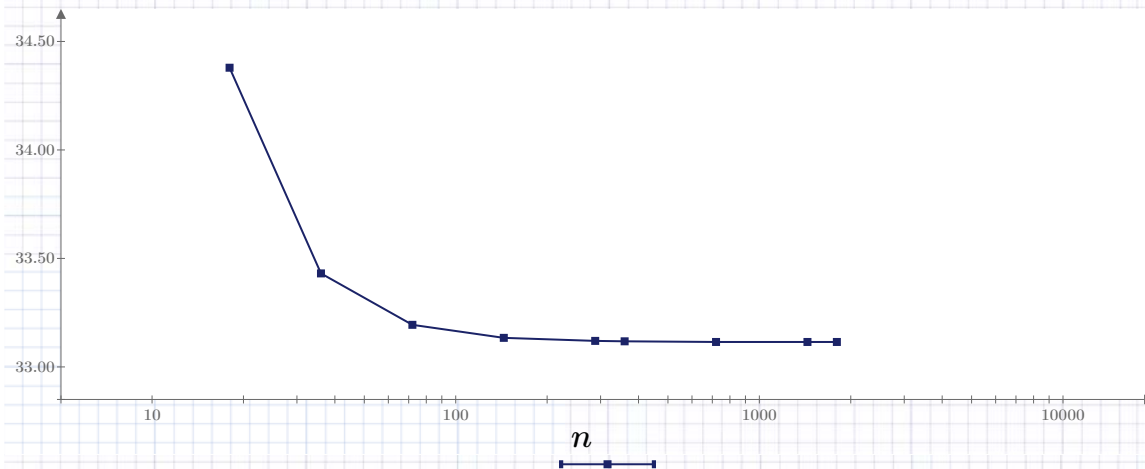
Metoda implicit - należy rozwiązać układ równań $y := \text{lsolve}(A, \alpha \cdot M)$

Ugięcie belki



$$n = 36 \quad \min(y) = -33.431 \text{ cm} \quad \Delta = 50.000 \text{ cm}$$

sprawdzenie zbieżności rozwiązania numerycznego



$$n := \begin{bmatrix} 18 \\ 36 \\ 72 \\ 144 \\ 288 \\ 360 \\ 720 \\ 1440 \\ 1800 \end{bmatrix} \quad u := \begin{bmatrix} 34.379 \\ 33.431 \\ 33.194 \\ 33.134 \\ 33.120 \\ 33.118 \\ 33.115 \\ 33.115 \\ 33.115 \end{bmatrix} \cdot \text{cm}$$