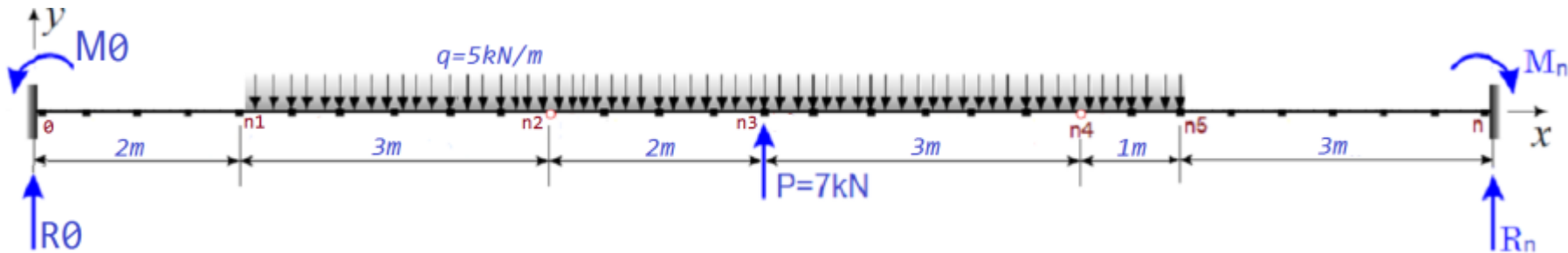


## Obliczenie ugięcia belki metodą różnic skończonych (MRS)

ORIGIN := 0



$$b := 12\text{cm} \quad h := 18\text{cm} \quad J := \frac{b \cdot h^3}{12} \quad E := 15\text{GPa}$$

$$q := 5 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad P := 7\text{kN} \quad \Delta := 25\text{cm} \quad \alpha := \frac{\Delta^2}{E \cdot J} = 0.071 \cdot \frac{1}{\text{MN}}$$

$$L1 := 2\text{m} \quad L2 := 5\text{m} \quad L3 := 7\text{m} \quad L4 := 10\text{m} \quad L5 := 11\text{m} \quad L := 14\text{m}$$

$$n1 := \frac{L1}{\Delta} \quad n2 := \frac{L2}{\Delta} \quad n3 := \frac{L3}{\Delta} \quad n4 := \frac{L4}{\Delta} \quad n5 := \frac{L5}{\Delta} \quad n := \frac{L}{\Delta} \quad n = 56$$

$$T2 := \frac{q \cdot 5\text{m} \cdot 2.5\text{m} - P \cdot 3\text{m}}{5\text{m}} = 8.300\text{ kN} \quad T4 := q \cdot 5\text{m} - P - T2 \quad T4 = 9.700\text{ kN}$$

$$M\theta := T2 \cdot 5\text{m} + q \cdot 3\text{m} \cdot 3.5\text{m} = 94.000\text{ kN} \cdot \text{m} \quad R\theta := q \cdot 3\text{m} + T2 = 23.300\text{ kN}$$

$$M1(x) := R_0 \cdot x - M_0$$

$$M2(x) := M1(x) - q \cdot \frac{(x - L1)^2}{2}$$

$$M3(x) := M2(x) + P \cdot (x - L3)$$

$$M4(x) := M3(x) + q \cdot \frac{(x - L5)^2}{2}$$

$$i := 0 .. n$$

$$X_i := i \cdot \Delta$$

$$i := 0 .. n1$$

$$M_i := M1(X_i)$$

$$i := n1 + 1 .. n3$$

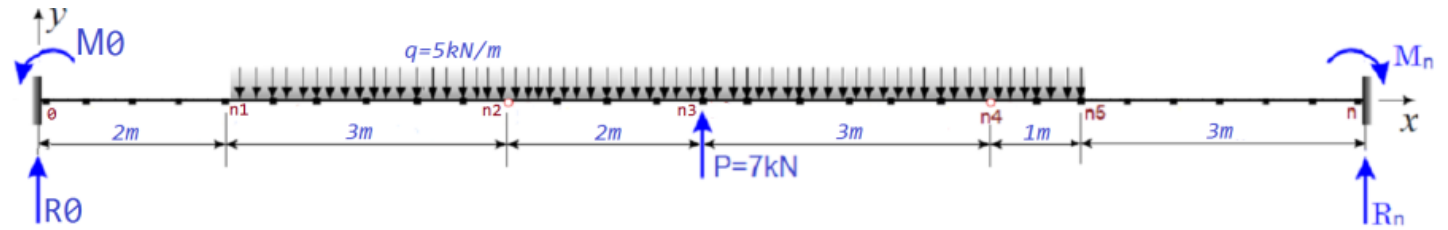
$$M_i := M2(X_i)$$

$$i := n3 + 1 .. n5$$

$$M_i := M3(X_i)$$

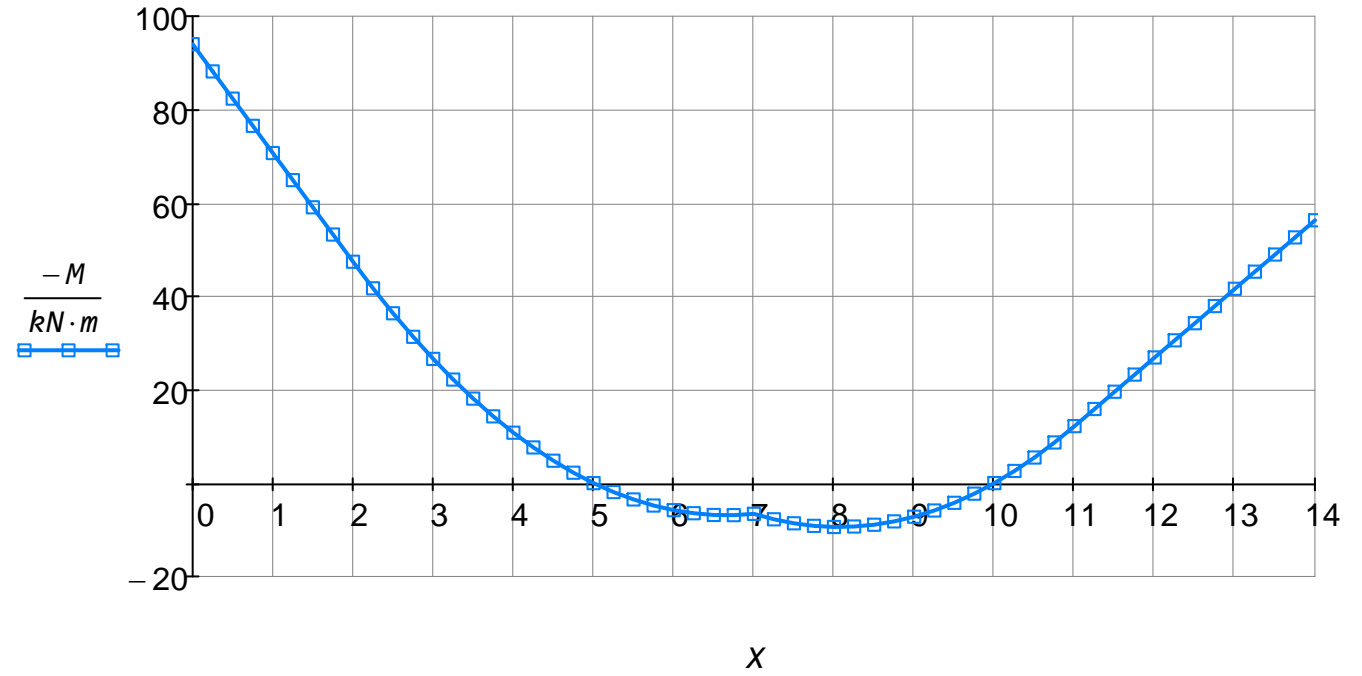
$$i := n5 + 1 .. n$$

$$M_i := M4(X_i)$$



## Wykres momentów zginających

$X =$	$\cdot m$	$M =$	$\cdot kN \cdot m$
	0		0
0	0.0	0	-94.000
1	0.3	1	-88.175
2	0.5	2	-82.350
3	0.8	3	-76.525
4	1.0	4	-70.700
5	1.3	5	-64.875
6	1.5	6	-59.050
7	1.8	7	-53.225
8	2.0	8	-47.400
9	2.3	9	-41.731
10	2.5	10	-36.375
11	2.8	11	-31.331
12	3.0	12	-26.600
13	3.3	13	-22.181
14	...	14	...



$$\max(M) = 9.400 \cdot kN \cdot m \quad \min(M) = -94.000 \cdot kN \cdot m$$

## Układ równań MRS:

$$i := 0.. n \quad A_{i, i} := -2$$

$$i := 1.. n \quad A_{i, i-1} := 1$$

$$i := 0.. n-1 \quad A_{i, i+1} := 1$$

$A =$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
3	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
4	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
7	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
9	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000
10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000
11	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000
12	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000
13	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000
14	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	...

Warunki brzegowe:

$$y_\theta = 0 \quad \varphi_\theta = 0 \quad \text{-----} \rightarrow 2y_1 = \alpha M\theta$$

$w=n2, k=0$   $w=0, k=1$

$$y_n = 0 \quad \varphi_n = 0 \quad \text{-----} \rightarrow 2y_{n-1} = \alpha Mn$$

$w=n4, k=n$   $w=n, k=n-1$

$j := 0 .. n$

$$w := n2 \quad k := 0 \quad A_{w,j} := 0 \quad A_{w,k} := 1$$

$$w := \theta \quad k := 1 \quad A_{w,j} := 0 \quad A_{w,k} := 2$$

$$w := n4 \quad k := n \quad A_{w,j} := 0 \quad A_{w,k} := 1$$

$$w := n \quad k := n - 1 \quad A_{w,j} := 0 \quad A_{w,k} := 2$$

$A =$

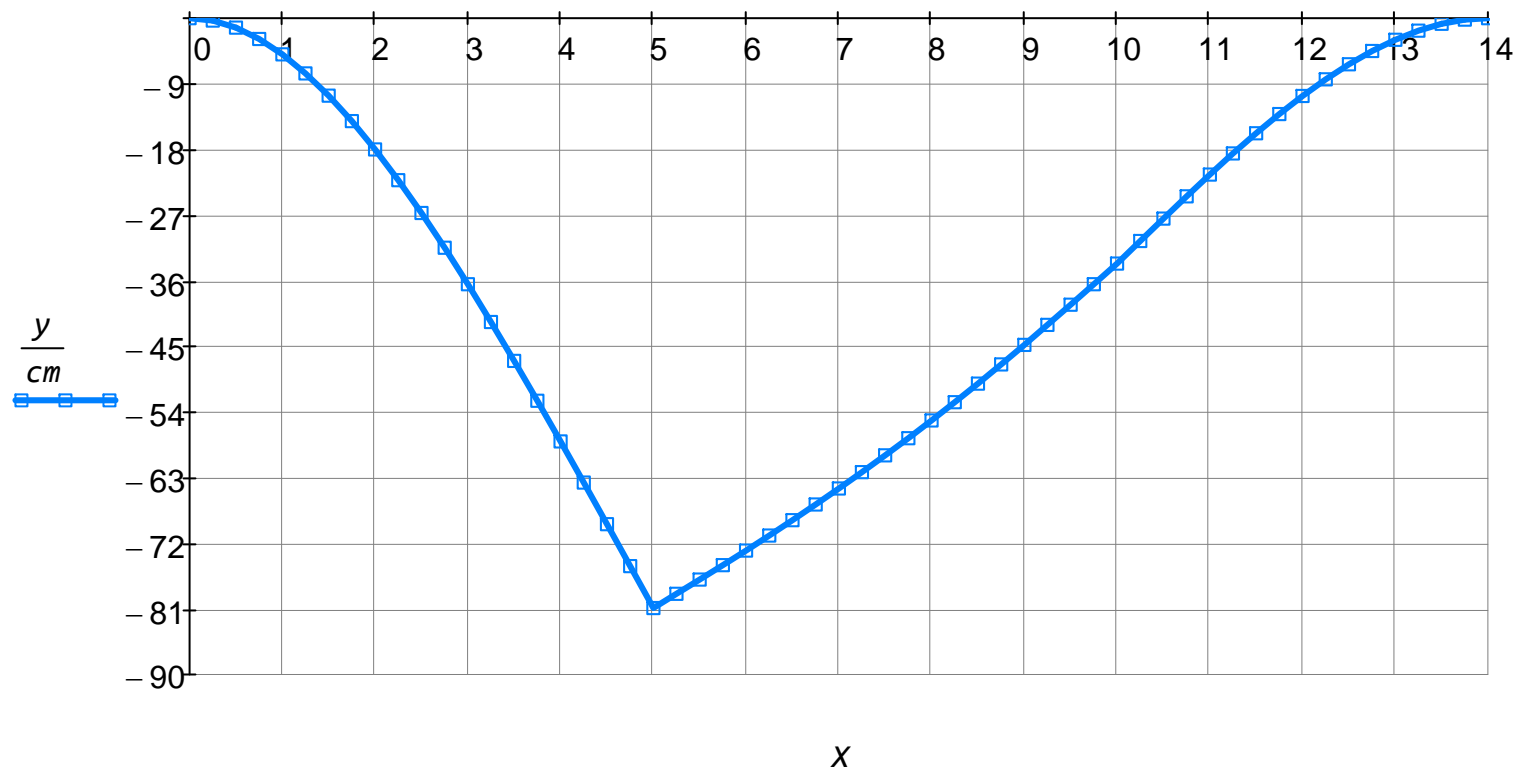
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	0.000	2.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
3	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
4	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
7	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
9	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000
10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000
11	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000
12	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000
13	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000
14	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	...

$0.1 | A = -80.000 \quad 0$

$$y := \text{Lsolve}(A, \alpha \cdot M)$$

### Wykres ugięć belki

	0
0	-0.000
1	-0.336
2	-1.302
3	-2.856
4	-4.956
5	-7.562
6	-10.632
7	-14.123
8	-17.995
9	-22.205
10	-26.713
11	-31.482
12	-36.474
13	-41.656
14	...



$$\min(y) = -80.882 \cdot \text{cm}$$

$$\max(y) = 0.000 \cdot \text{cm}$$

$n :=$	14	$w :=$	82.76177
	28		81.25786
	42		80.97936
	56		80.88188
	70		80.83676
	98		80.79748
	140		80.77661
	280		80.76157
	700		80.75736
	1400		80.75675
	2800		80.75660

$n = 56$

$-\min(y) = 80.88188 \cdot cm$

