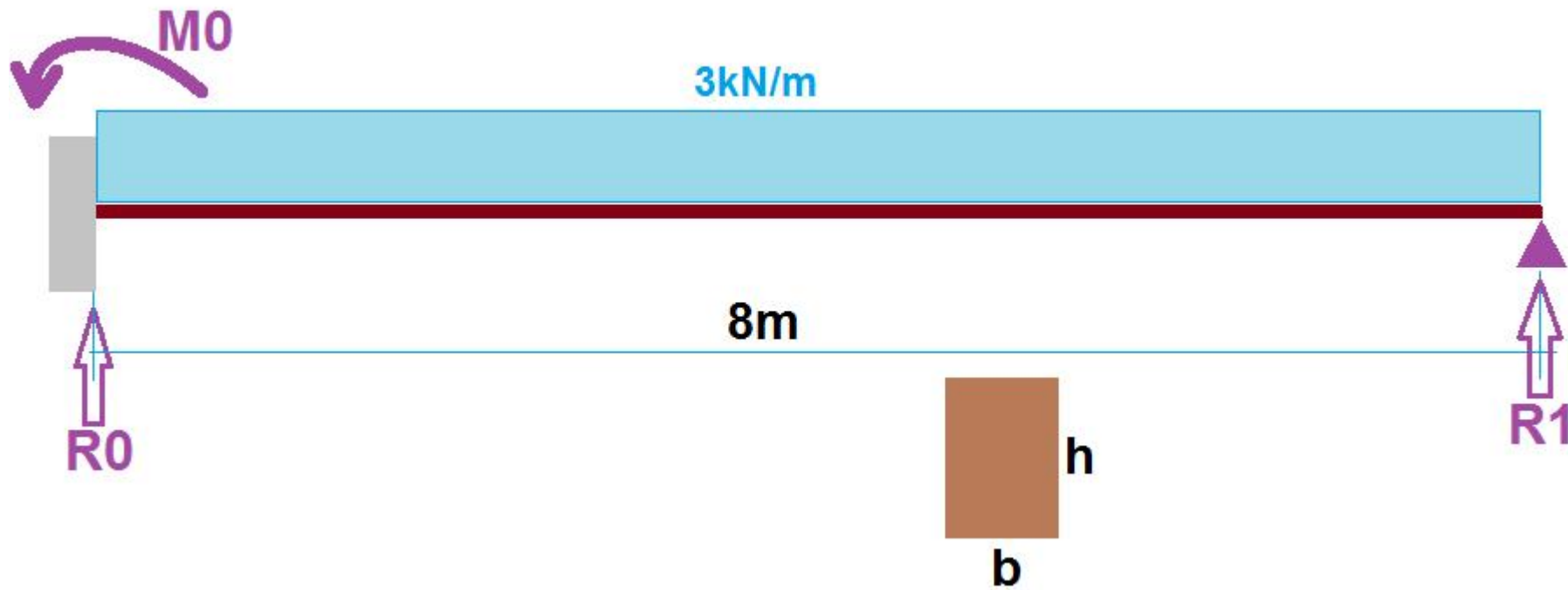


Obliczenie ugięcia belki statycznie niewyznaczalnej metodą różnic skończonych (MRS)

ORIGIN := 0



$$q := 3 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad L := 8\text{m} \quad b := 12\text{cm} \quad h := 18\text{cm} \quad J := b \cdot \frac{h^3}{12} \quad E := 15\text{GPa}$$

Układ podstawowy metody sił - statycznie wyznaczalny



$$M_q(x) := \frac{-q \cdot L^2}{2} \cdot \left[1 - \frac{2x}{L} + \left(\frac{x}{L} \right)^2 \right] \quad - \text{moment zginający od obciążenia ciągłego}$$

$$M_r(x) := 1 - \frac{x}{L} \quad - \text{moment zginający od obciążenia siłą } R=1/L$$

$$n := 40 \quad \Delta := \frac{L}{n} = 0.2 \text{ m} \quad \alpha := \frac{\Delta^2}{E \cdot J} = 4.572 \times 10^{-5} \frac{1}{\text{kN}}$$

Wyznaczanie współrzędnych węzłów X_i oraz wartości momentów M_q i M_r

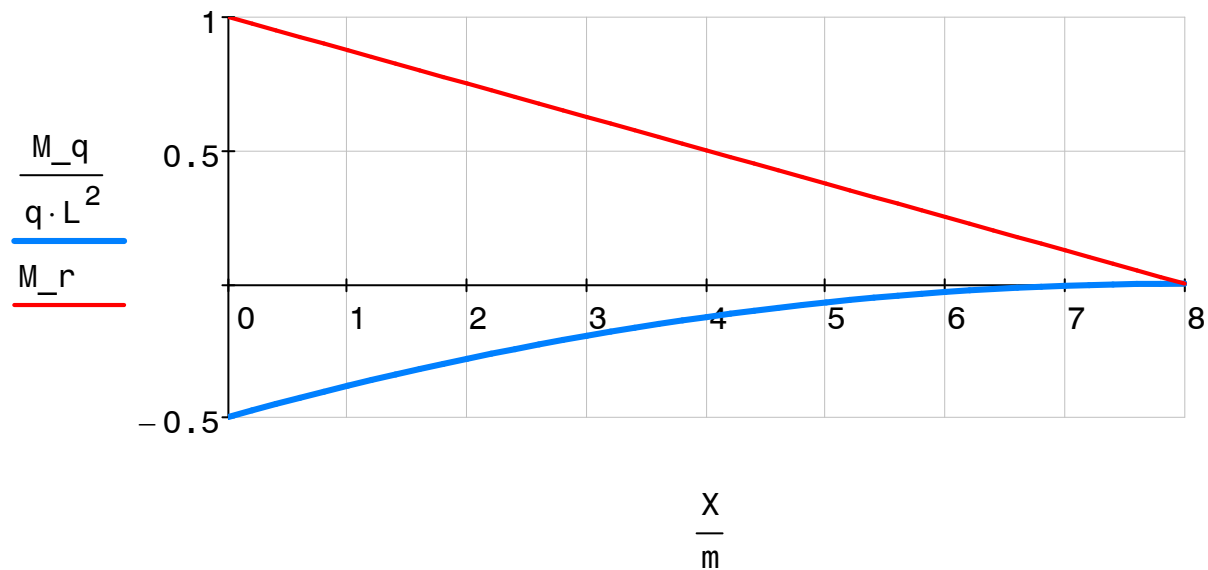
$$i := 0.. n \quad X_i := i \cdot \Delta$$

$$i := 0.. n \quad M_{q_i} := M_q(X_i)$$

$$i := 0.. n \quad M_{r_i} := M_r(X_i)$$

Wykresy momentów zginających

X =	0	· m
0	0	
1	0.2	
2	0.4	
3	0.6	
4	0.8	
5	1	
6	1.2	
7	1.4	
8	1.6	
9	1.8	
10	2	
11	2.2	
12	2.4	
13	2.6	
14	2.8	
15	3	
16	...	



Układ równań MRS:

$$A_{n+1, n+1} := 0 \quad M_{q_{n+1}} := 0$$

$$i := 0.. n \quad A_{i, i} := -2$$

$$i := 1.. n \quad A_{i, i-1} := 1$$

$$i := 0.. n-1 \quad A_{i, i+1} := 1$$

A =

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
0	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	1	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	1	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	1	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	1	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	1	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	1	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-2	1	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-2	1	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-2	1	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-2	1	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-2	1	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-2	1	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-2	1	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-2	1
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	...

Modyfikacja macierzy A

Warunki brzegowe:

$$k := 0.. n$$

$$y_n = 0 \quad \text{----->} \quad A_{n, k} := 0 \quad A_{n, n} := 1$$

$$\phi_0 = 0 \quad \text{----->} \quad A_{0, k} := 0 \quad A_{0, 1} := 2$$

$$y_0 = 0 \quad \text{----->} \quad A_{n+1, k} := 0 \quad A_{n+1, 0} := 1$$

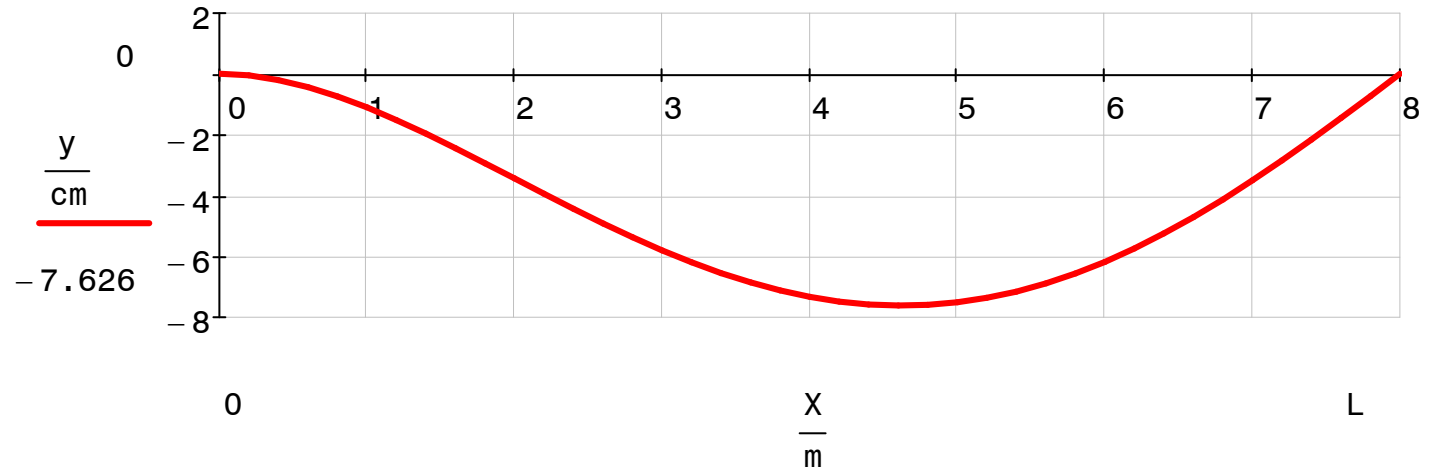
$$i := 0.. n \quad A_{i, n+1} := -M_{ri}$$

$$y := \text{lsolve}(A, \alpha \cdot M_q)$$

	0
0	0
1	-0.055
2	-0.206
3	-0.44
4	-0.745
5	-1.11
6	-1.522
7	-1.972
8	-2.449
9	-2.943
10	-3.445
11	-3.948
12	-4.442
13	-4.921
14	-5.378
15	-5.806
16	-6.2
17	...

$y =$ $\cdot \text{cm}$

Wykres ugięcia belki



$$R1 := \frac{1}{\alpha \cdot L} \cdot y_{n+1} = 9.003 \text{ kN} \quad - \text{reakcja obliczona numerycznie}$$

$$Ra := q \cdot L \cdot \frac{3}{8} = 9 \text{ kN} \quad - \text{reakcja obliczona analitycznie}$$

$$\epsilon := \frac{R1}{Ra} - 1 = 0.031 \% \quad - \text{błąd obliczeń}$$