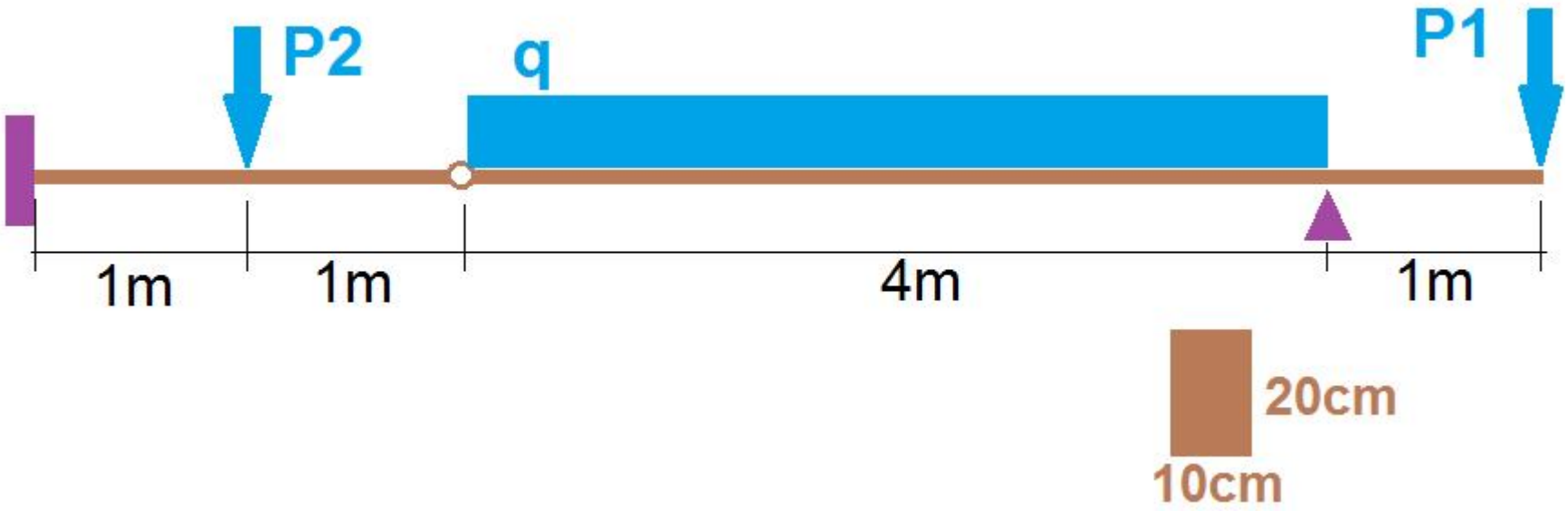
Beam deflection by Finite Difference Method



ORIGIN := 0

E := 12GPa - *Young modulus for wood*

b := 10cm - *Cross section breadth*

h := 20cm - *Cross section height*

$J := b \cdot \frac{h^3}{12}$ $J = 6666.667 \cdot cm^4$ - *Moment of the inertia for the beam cross section*

P1 := 5kN P2 := 4kN $q := 3\frac{kN}{m}$

L1 := 1m L2 := 4m L := 7m

Reaction forces in the support

$$R12 := \frac{1}{L2} \cdot \left[P1 \cdot (L1 + L2) + \frac{q \cdot L2^2}{2} \right] \qquad R12 = 12.250 \cdot kN$$

$$R0 := P1 + P2 + q \cdot L2 - R12 \qquad R0 = 8.750 \cdot kN$$

$$n := 35 \qquad \Delta := \frac{L}{n} \qquad \alpha := \frac{\Delta^2}{E \cdot J}$$

Bending moments functions

$$M4(x) := -P1 \cdot (L - x) \quad x \in \langle 6m, 7m \rangle$$

$$M3(x) := M4(x) + R12 \cdot (2L1 + L2 - x) - q \cdot \frac{(2L1 + L2 - x)^2}{2} \quad x \in \langle 2m, 6m \rangle$$

$$M2(x) := M3(x) + q \cdot \frac{(2L1 - x)^2}{2} \quad x \in \langle 1m, 2m \rangle$$

$$M1(x) := M2(x) - P2 \cdot (L1 - x) \quad x \in \langle 0m, 1m \rangle$$

X co-ordinates of the nodal points

$$i := 0 .. n \qquad X_i := i \cdot \Delta$$

Bending moments matrix

$$i := 0 .. 5 \qquad M_i := M1(X_i)$$

$$i := 6 .. 10 \qquad M_i := M2(X_i)$$

$$i := 11 .. 30 \qquad M_i := M3(X_i)$$

$$i := 31 .. n \qquad M_i := M4(X_i)$$

$M =$

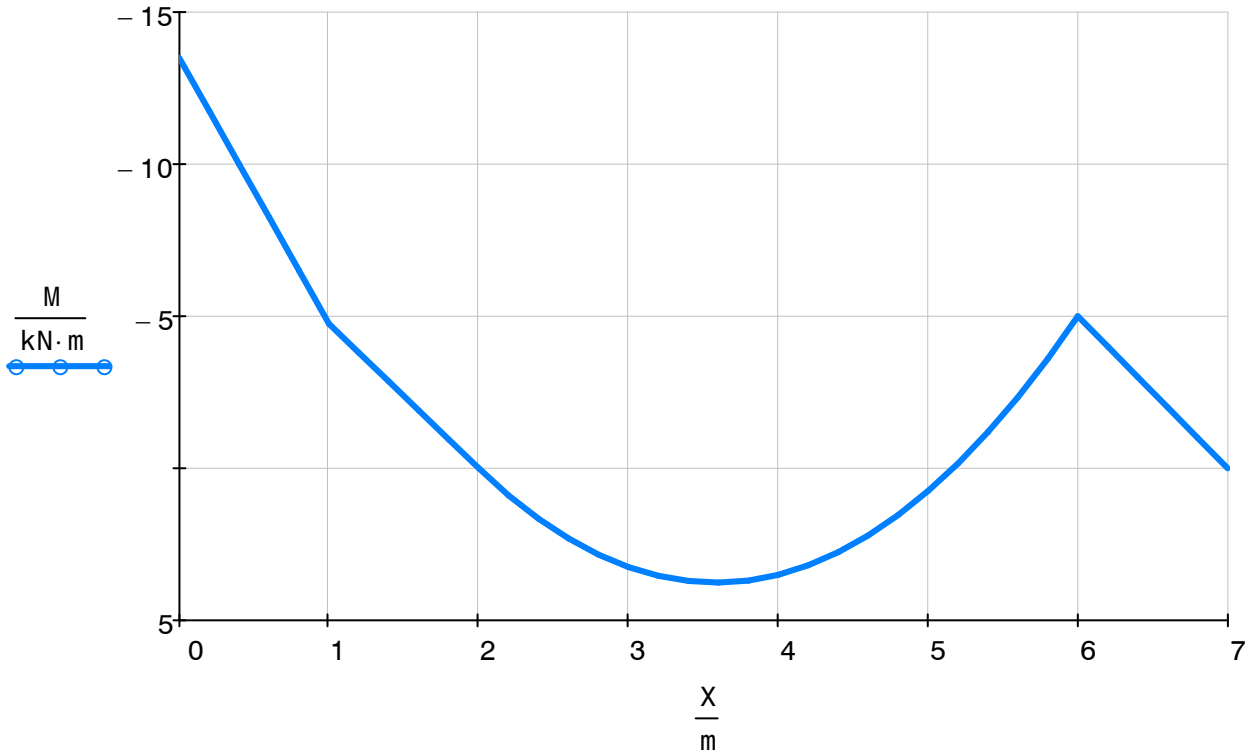
	0
0	-13.500
1	-11.750
2	-10.000
3	-8.250
4	-6.500
5	-4.750
6	-3.800
7	-2.850
8	-1.900
9	-0.950
10	0.000
11	0.890
12	1.660
13	2.310
14	2.840
15	3.250
16	3.540
17	3.710
18	3.760
19	3.690
20	3.500
21	3.190
22	2.760
23	2.210
24	1.540
25	0.750
26	-0.160
27	...

$\cdot kN \cdot m \quad X =$

	0
0	0.000
1	0.200
2	0.400
3	0.600
4	0.800
5	1.000
6	1.200
7	1.400
8	1.600
9	1.800
10	2.000
11	2.200
12	2.400
13	2.600
14	2.800
15	3.000
16	3.200
17	3.400
18	3.600
19	3.800
20	4.000
21	4.200
22	4.400
23	4.600
24	4.800
25	5.000
26	5.200
27	...

m

Bending moment graph



Creation of the finite difference matrix

$i := 0 .. \quad n \qquad A_{i,\,i} := -2$

$i := 1 .. \quad n \qquad A_{i,\,i-1} := 1$

$i := 0 .. \quad n - 1 \qquad A_{i,\,i+1} := 1$

$A =$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
3	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
4	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
7	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
9	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000
10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000
11	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000
12	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000
13	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000
14	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	...

Boudary conditions for the beam: 1:$y_0 = 0$, 2:$\varphi_0 = 0$, 3:$y_{30} = 0$

$A_{0,1} := 2$ *<-------modification of the row 0 for boundary condition 2*

$A_{10,0} := 1$ $i := 1 .. n$ $A_{10,i} := 0$ *<-------modification of the row 10 for boundary condition 1*

$i := 0 .. n$ $A_{n,i} := 0$ *<-------modification of the row n for boundary condition 3*

$A_{n,30} := 1$

$A =$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	-2.000	2.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
3	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
4	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
7	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
9	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000
10	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
11	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000
12	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000
13	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000
14	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	...

Solution by implicit method

$y := \text{lsolve}(A, \alpha \cdot M)$

$y = \cdot cm$

	0
0	0.000
1	-0.034
2	-0.126
3	-0.269
4	-0.453
5	-0.669
6	-0.909
7	-1.168
8	-1.441
9	-1.724
10	-2.011
11	-2.027
12	-2.038
13	-2.041
14	-2.033
15	-2.010
16	-1.971
17	-1.915
18	-1.840
19	-1.746
20	-1.633
21	-1.503
22	-1.357
23	-1.198
24	-1.027
25	-0.848
26	-0.666
27	-0.485
28	-0.309
29	-0.146
30	...

Beam deflection