

Układ bloków macierzy sztywności elementu

$$K = \begin{bmatrix} A & C \\ C^T & B \end{bmatrix}$$

Macierz elementu bez przegubów

$$K = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} & 0 & \frac{-12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} & 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{2 EJ}{L} \\ \frac{-EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} & 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{2 EJ}{L} & 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

Macierz elementu z przegubem w węźle początkowym

$$K = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & 0 & 0 & \frac{-3 EJ}{L^3} & \frac{3 EJ}{L^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-3 EJ}{L^3} & 0 & 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & \frac{-3 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^2} & 0 & 0 & \frac{-3 EJ}{L^2} & \frac{3 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

Macierz elementu z przegubem w węźle końcowym

$$K = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & \frac{3 EJ}{L^2} & 0 & \frac{-3 EJ}{L^3} & 0 \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^2} & \frac{3 EJ}{L} & 0 & \frac{-3 EJ}{L^2} & 0 \\ \frac{-EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-3 EJ}{L^3} & \frac{-3 EJ}{L^2} & 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Grupa 2

Wyznaczyć składowe macierzy sztywności elementów ramy płaskiej.

Podać postacie bloków A, B i C macierzy sztywności w lokalnym układzie współrzędnych z dokładnością do 5 miejsc znaczących [kN, kN/m, kNm]

$$E := 13 \text{ GPa} \quad d := 17 \text{ cm} \quad r := \frac{d}{2} \quad g := 5 \text{ cm} \quad r_1 := r - g = 3.50000 \text{ cm}$$

$$J := \frac{\pi \cdot (r^4 - r_1^4)}{4} = 3981.969 \text{ cm}^4 \quad A := \pi \cdot (r^2 - r_1^2) = 188.496 \text{ cm}^2 \quad EJ := E \cdot J \quad EA := E \cdot A$$

$$EJ = 517.656 \text{ kN} \cdot \text{m}^2 \quad EA = 245044.2 \text{ kN}$$

Układ bloków macierzy sztywności elementu

$$K = \begin{bmatrix} A & C \\ C^T & B \end{bmatrix}$$

Warunki brzegowe (podporowe)

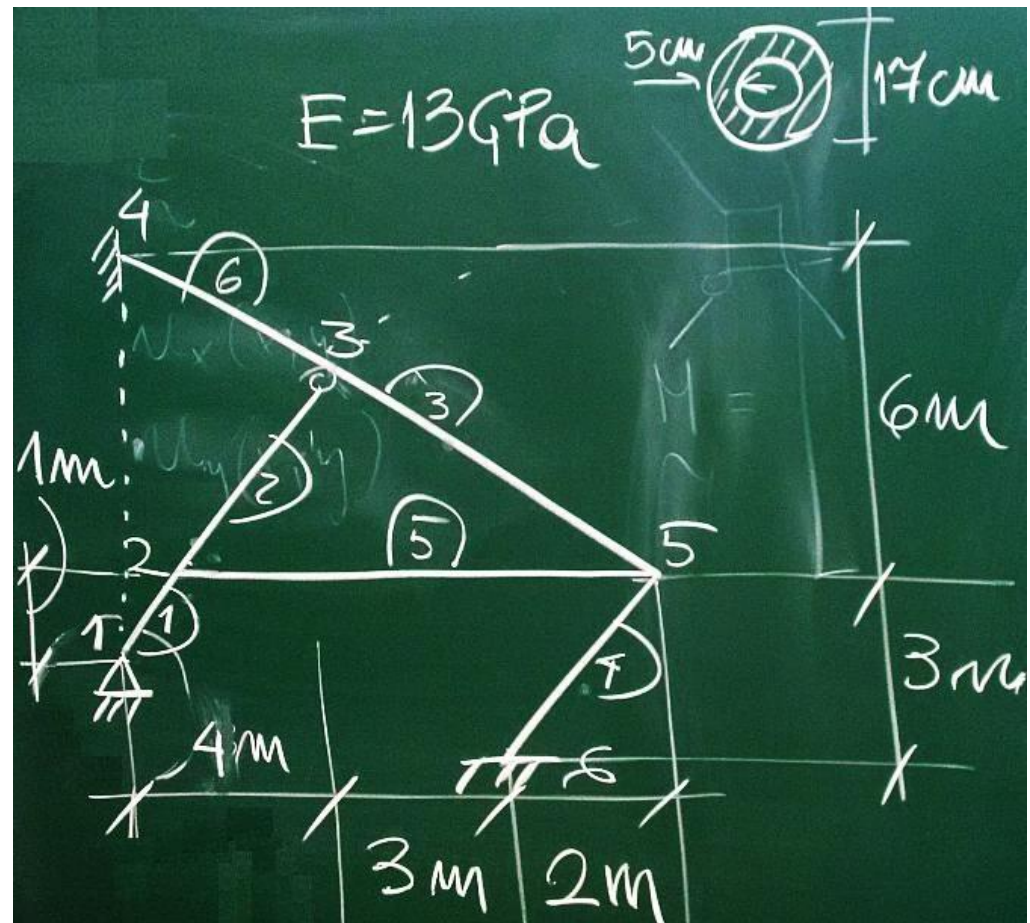
$$u_{X1} = 0 \quad u_{Y1} = 0$$

$$u_{X4} = 0 \quad u_{Y4} = 0 \quad \varphi_4 = 0$$

$$u_{X6} = 0 \quad u_{Y6} = 0 \quad \varphi_6 = 0$$

$$Y3 := 1 \text{ m} + 6 \text{ m} \cdot \frac{5}{9} = 4.33333 \text{ m}$$

$$X2 := 4 \text{ m} \cdot \frac{1 \text{ m}}{Y3} = 0.92308 \text{ m}$$



Element "1" - Bloki macierzy elementu bez przegubów

$$Lx := X2 = 0.92308 \text{ m} \quad Ly := 1 \text{ m} = 1.00000 \text{ m} \quad L := \sqrt{(Lx)^2 + (Ly)^2} = 1.36091 \text{ m}$$

$$A := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1.8006 \cdot 10^5 & 0 & 0 \\ 0 & 2.4645 \cdot 10^3 & (1.677 \cdot 10^3) \text{ m} \\ 0 & (1.677 \cdot 10^3) \text{ m} & (1.5215 \cdot 10^3) \text{ m}^2 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$B := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1.8006 \cdot 10^5 & 0 & 0 \\ 0 & 2.4645 \cdot 10^3 & -1.677 \cdot 10^3 \text{ m} \\ 0 & -1.677 \cdot 10^3 \text{ m} & (1.5215 \cdot 10^3) \text{ m}^2 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$C := \begin{bmatrix} \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{2 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -1.8006 \cdot 10^5 & 0 & 0 \\ 0 & -2.4645 \cdot 10^3 & (1.677 \cdot 10^3) \text{ m} \\ 0 & -1.677 \cdot 10^3 \text{ m} & (7.6075 \cdot 10^2) \text{ m}^2 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

Element "4" - Bloki macierzy elementu bez przegubów

$$Lx := -2 \text{ m} = -2.00000 \text{ m}$$

$$Ly := -3 \text{ m} = -3.00000 \text{ m}$$

$$L := \sqrt{(Lx)^2 + (Ly)^2} = 3.605551 \text{ m}$$

$$A := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 6.7963 \cdot 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & 1.3253 \cdot 10^2 & (2.3892 \cdot 10^2) \text{ m} \\ 0 & (2.3892 \cdot 10^2) \text{ m} & (5.7429 \cdot 10^2) \text{ m}^2 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$B := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 6.7963 \cdot 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & 1.3253 \cdot 10^2 & -2.3892 \cdot 10^2 \text{ m} \\ 0 & -2.3892 \cdot 10^2 \text{ m} & (5.7429 \cdot 10^2) \text{ m}^2 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$C := \begin{bmatrix} \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{2 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -6.7963 \cdot 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & -1.3253 \cdot 10^2 & (2.3892 \cdot 10^2) \text{ m} \\ 0 & -2.3892 \cdot 10^2 \text{ m} & (2.8714 \cdot 10^2) \text{ m}^2 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

Element "3" - Bloki macierzy elementu bez przegubów

$$Lx := 5 \text{ m} = 5.00000 \text{ m}$$

$$Ly := 1 \text{ m} - Y3 = -3.33333 \text{ m}$$

$$L := \sqrt{(Lx)^2 + (Ly)^2} = 6.009252 \text{ m}$$

$$A := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 4.0778 \cdot 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & 2.8626 \cdot 10 & (8.6011 \cdot 10) \text{ m} \\ 0 & (8.6011 \cdot 10) \text{ m} & (3.4457 \cdot 10^2) \text{ m}^2 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$B := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 4.0778 \cdot 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & 2.8626 \cdot 10 & -8.6011 \cdot 10 \text{ m} \\ 0 & -8.6011 \cdot 10 \text{ m} & (3.4457 \cdot 10^2) \text{ m}^2 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$C := \begin{bmatrix} \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{2 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -4.0778 \cdot 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & -2.8626 \cdot 10 & (8.6011 \cdot 10) \text{ m} \\ 0 & -8.6011 \cdot 10 \text{ m} & (1.7229 \cdot 10^2) \text{ m}^2 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

Element "2" - Bloki macierzy elementu z przegubem w węźle końcowym

$$Lx := 4 \text{ m} - X2 = 3.07692 \text{ m} \quad Ly := Y3 - 1 \text{ m} = 3.33333 \text{ m} \quad L := \sqrt{(Lx)^2 + (Ly)^2} = 4.536361 \text{ m}$$

$$A := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & \frac{3 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^2} & \frac{3 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 5.4018 \cdot 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & 1.6636 \cdot 10 & (7.5465 \cdot 10) \text{ m} \\ 0 & (7.5465 \cdot 10) \text{ m} & (3.4234 \cdot 10^2) \text{ m}^2 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$B := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 5.4018 \cdot 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & 1.6636 \cdot 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$C := \begin{bmatrix} \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-3 EJ}{L^3} & 0 \\ 0 & \frac{-3 EJ}{L^2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -5.4018 \cdot 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & -1.6636 \cdot 10 & 0 \\ 0 & -7.5465 \cdot 10 \text{ m} & 0 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$