

Układ bloków macierzy sztywności elementu

$$K = \begin{bmatrix} A & C \\ C^T & B \end{bmatrix}$$

Macierz elementu bez przegubów

$$K = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} & 0 & \frac{-12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} & 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{2 EJ}{L} \\ \frac{-EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} & 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{2 EJ}{L} & 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

Macierz elementu z przegubem w węźle początkowym

$$K = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & 0 & 0 & \frac{-3 EJ}{L^3} & \frac{3 EJ}{L^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-3 EJ}{L^3} & 0 & 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & \frac{-3 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^2} & 0 & 0 & \frac{-3 EJ}{L^2} & \frac{3 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

Macierz elementu z przegubem w węźle końcowym

$$K = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & \frac{3 EJ}{L^2} & 0 & \frac{-3 EJ}{L^3} & 0 \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^2} & \frac{3 EJ}{L} & 0 & \frac{-3 EJ}{L^2} & 0 \\ \frac{-EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-3 EJ}{L^3} & \frac{-3 EJ}{L^2} & 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Grupa 1

Wyznaczyć składowe macierzy sztywności elementów ramy płaskiej.

Podać postacie bloków A, B i C macierzy sztywności w lokalnym układzie współrzędnych z dokładnością do 5 miejsc znaczących [kN, kN/m, kNm]

$$E := 17 \text{ GPa} \quad d := 15 \text{ cm} \quad r := \frac{d}{2}$$

$$J := \frac{\pi \cdot r^4}{4} = 2485.049 \text{ cm}^4 \quad A := \pi \cdot r^2 = 176.715 \text{ cm}^2 \quad EJ := E \cdot J \quad EA := E \cdot A$$

$$EJ = 422.458 \text{ kN} \cdot \text{m}^2 \quad EA = 300414.8 \text{ kN}$$

Układ bloków macierzy sztywności elementu

$$K = \begin{bmatrix} A & C \\ C^T & B \end{bmatrix}$$

Warunki brzegowe (podporowe)

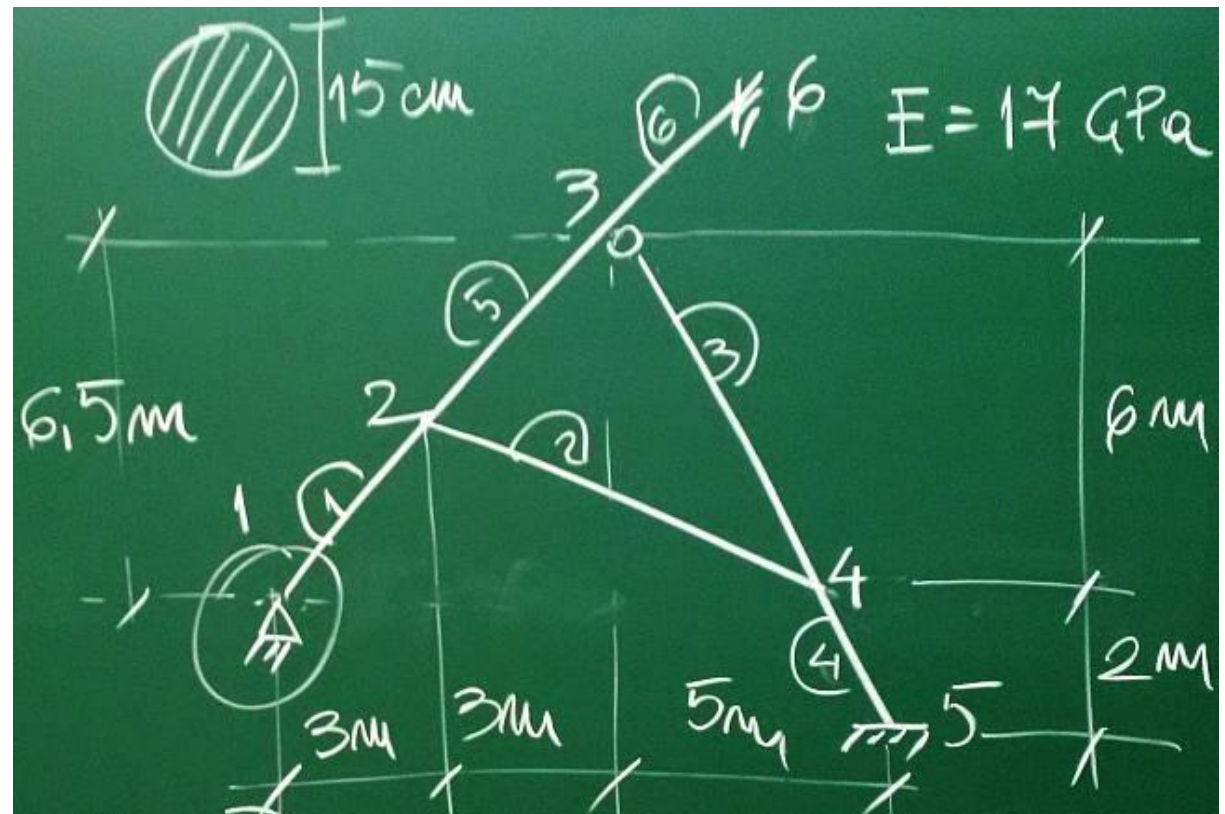
$$u_{X1} = 0 \quad u_{Y1} = 0$$

$$u_{X5} = 0 \quad u_{Y5} = 0 \quad \varphi_5 = 0$$

$$u_{X6} = 0 \quad u_{Y6} = 0 \quad \varphi_6 = 0$$

$$Y2 := 6.5 \text{ m} \cdot \frac{3}{6} = 3.25000 \text{ m}$$

$$X4 := 6 \text{ m} + 5 \text{ m} \cdot \frac{6}{8} = 9.75000 \text{ m}$$



Element "1" - Bloki macierzy elementu bez przegubów

$$Lx := 3 \text{ m} = 3.00000 \text{ m} \quad Ly := Y2 = 3.25000 \text{ m} \quad L := \sqrt{(Lx)^2 + (Ly)^2} = 4.42295 \text{ m}$$

$$A := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 6.7922 \cdot 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & 5.8591 \cdot 10 & (1.2957 \cdot 10^2) \text{ m} \\ 0 & (1.2957 \cdot 10^2) \text{ m} & (3.8206 \cdot 10^2) \text{ m}^2 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$B := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 6.7922 \cdot 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & 5.8591 \cdot 10 & -1.2957 \cdot 10^2 \text{ m} \\ 0 & -1.2957 \cdot 10^2 \text{ m} & (3.8206 \cdot 10^2) \text{ m}^2 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$C := \begin{bmatrix} \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{2 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -6.7922 \cdot 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & -5.8591 \cdot 10 & (1.2957 \cdot 10^2) \text{ m} \\ 0 & -1.2957 \cdot 10^2 \text{ m} & (1.9103 \cdot 10^2) \text{ m}^2 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

Element "2" - Bloki macierzy elementu bez przegubów

$$Lx := X4 - 3 \text{ m} = 6.75000 \text{ m}$$

$$Ly := 0.5 \text{ m} - Y2 = -2.75000 \text{ m}$$

$$L := \sqrt{(Lx)^2 + (Ly)^2} = 7.288690 \text{ m}$$

$$A := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 4.1217 \cdot 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & 1.3092 \cdot 10 & (4.7713 \cdot 10) \text{ m} \\ 0 & (4.7713 \cdot 10) \text{ m} & (2.3184 \cdot 10^2) \text{ m}^2 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$B := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 4.1217 \cdot 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & 1.3092 \cdot 10 & -4.7713 \cdot 10 \text{ m} \\ 0 & -4.7713 \cdot 10 \text{ m} & (2.3184 \cdot 10^2) \text{ m}^2 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$C := \begin{bmatrix} \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{2 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -4.1217 \cdot 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & -1.3092 \cdot 10 & (4.7713 \cdot 10) \text{ m} \\ 0 & -4.7713 \cdot 10 \text{ m} & (1.1592 \cdot 10^2) \text{ m}^2 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

Element "4" - Bloki macierzy elementu bez przegubów

$$Lx := 11 \text{ m} - X4 = 1.25000 \text{ m}$$

$$Ly := -2 \text{ m}$$

$$L := \sqrt{(Lx)^2 + (Ly)^2} = 2.358495 \text{ m}$$

$$A := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1.2738 \cdot 10^5 & 0 & 0 \\ 0 & 3.8642 \cdot 10^2 & (4.5569 \cdot 10^2) \text{ m} \\ 0 & (4.5569 \cdot 10^2) \text{ m} & (7.1649 \cdot 10^2) \text{ m}^2 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$B := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1.2738 \cdot 10^5 & 0 & 0 \\ 0 & 3.8642 \cdot 10^2 & -4.5569 \cdot 10^2 \text{ m} \\ 0 & -4.5569 \cdot 10^2 \text{ m} & (7.1649 \cdot 10^2) \text{ m}^2 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$C := \begin{bmatrix} \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{2 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -1.2738 \cdot 10^5 & 0 & 0 \\ 0 & -3.8642 \cdot 10^2 & (4.5569 \cdot 10^2) \text{ m} \\ 0 & -4.5569 \cdot 10^2 \text{ m} & (3.5824 \cdot 10^2) \text{ m}^2 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

Element "3" - Bloki macierzy elementu z przegubem w węźle początkowym

$$Lx := 5 \text{ m} \cdot \frac{6}{8} = 3.75000 \text{ m} \quad Ly := -6 \text{ m} = -6.00000 \text{ m} \quad L := \sqrt{(Lx)^2 + (Ly)^2} = 7.075486 \text{ m}$$

$$A := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 4.2459 \cdot 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & 3.578 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$A = \begin{bmatrix} 4.2459 \cdot 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & 3.5780 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$B := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & \frac{-3 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-3 EJ}{L^2} & \frac{3 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 4.2459 \cdot 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & 3.578 & -2.5316 \cdot 10 \text{ m} \\ 0 & -2.5316 \cdot 10 \text{ m} & (1.7912 \cdot 10^2) \text{ m}^2 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$B = \begin{bmatrix} 4.2459 \cdot 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & 3.5780 & -25.316 \cdot m \\ 0 & -25.316 \cdot 10 \text{ m} & 1.7912 \cdot 10^2 \text{ m}^2 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$C := \begin{bmatrix} \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-3 EJ}{L^3} & \frac{3 EJ}{L^2} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -4.2459 \cdot 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & -3.578 & (2.5316 \cdot 10) \text{ m} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$C = \begin{bmatrix} -4.2459 \cdot 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & -3.5780 & 25.316 \cdot m \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$