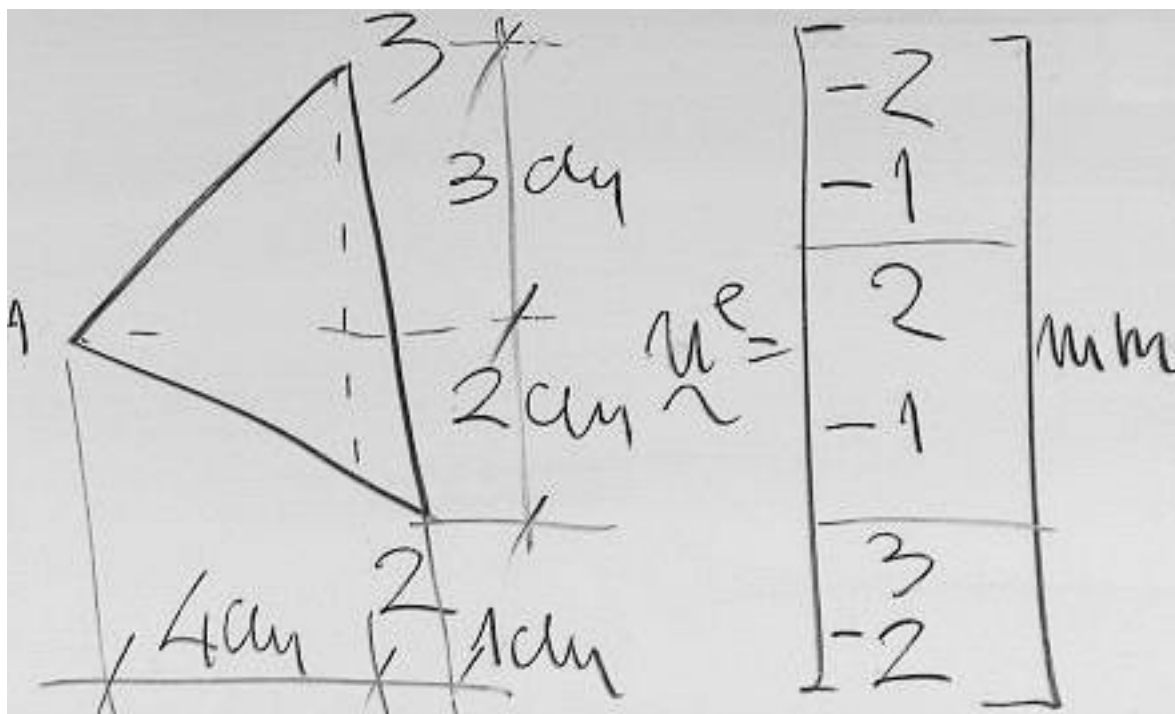


Grupa B

Podać składowe wektora odkształceń elementu CST



wektor współrzędnych elementu

$$x_a = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ x_j \\ y_j \\ x_k \\ y_k \end{bmatrix} \quad x_a := \begin{bmatrix} -4 \\ 0 \\ 1 \\ -2 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} \cdot \text{cm}$$

wektor przemieszczeń elementu

$$u := \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \\ -1 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix} \cdot \text{mm}$$

$$N(x, y) := [1 \ x \ y] \quad - \text{wielomiany funkcji kształtu}$$

$$dN_x(x, y) = \frac{d}{dx} N(x, y) \quad - \text{pochodna wielomianu funkcji kształtu}$$

$$dN_x := [0 \ 1 \ 0]$$

$$dN_y(x, y) = \frac{d}{dy} N(x, y) \quad - \text{pochodna wielomianu funkcji kształtu}$$

$$dN_y := [0 \ 0 \ 1]$$

$$M(x) = \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{bmatrix} \quad - \text{macierz współrzędnych elementu}$$

$$M(x) := \text{stack} \left(N(x_1, x_2), N(x_3, x_4), N(x_5, x_6) \right)$$

$$M_a := M(x_a) \quad M_a = \begin{bmatrix} 1 & -0.04 \text{ m} & 0 \text{ m} \\ 1 & 0.01 \text{ m} & -0.02 \text{ m} \\ 1 & 0 \text{ m} & 0.03 \text{ m} \end{bmatrix} \quad - \text{macierz współrzędnych elementu "a"}$$

$$A_2 := \det(M_a) = 23 \text{ cm}^2 \quad - \text{podwojone pole powierzchni elementu}$$

Wyznaczanie współczynników funkcji kształtu

$$u_i := \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \alpha_i := Ma^{-1} \cdot u_i$$

$$u_j := \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \alpha_j := Ma^{-1} \cdot u_j$$

$$u_k := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \alpha_k := Ma^{-1} \cdot u_k$$

$$\alpha_i = \begin{bmatrix} 0.001304 \text{ m} \\ -0.217391 \\ -0.043478 \end{bmatrix} \frac{1}{\text{cm}}$$

$$\alpha_j = \begin{bmatrix} 0.005217 \text{ m} \\ 0.130435 \\ -0.173913 \end{bmatrix} \frac{1}{\text{cm}}$$

$$\alpha_k = \begin{bmatrix} 0.003478 \text{ m} \\ 0.086957 \\ 0.217391 \end{bmatrix} \frac{1}{\text{cm}}$$

$$N_i(x, y) := N(x, y) \cdot \alpha_i \quad - \text{funkcja kształtu węzła "i"}$$

$$N_j(x, y) := N(x, y) \cdot \alpha_j \quad - \text{funkcja kształtu węzła "j"}$$

$$N_k(x, y) := N(x, y) \cdot \alpha_k \quad - \text{funkcja kształtu węzła "k"}$$

Bi - macierz geometryczna węzła i

$$B_i = \begin{bmatrix} dN_x \cdot \alpha_i & 0 \\ 0 & dN_y \cdot \alpha_i \\ dN_y \cdot \alpha_i & dN_x \cdot \alpha_i \end{bmatrix}$$

Macierz geometryczna elementu

$$B = [B_i \ B_j \ B_k]$$

$$B := \begin{bmatrix} \alpha_{i_2} & 0 & \alpha_{j_2} & 0 & \alpha_{k_2} & 0 \\ 0 & \alpha_{i_3} & 0 & \alpha_{j_3} & 0 & \alpha_{k_3} \\ \alpha_{i_3} & \alpha_{i_2} & \alpha_{j_3} & \alpha_{j_2} & \alpha_{k_3} & \alpha_{k_2} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -0.21739 & 0 & 0.13043 & 0 & 0.08696 & 0 \\ 0 & -0.04348 & 0 & -0.17391 & 0 & 0.21739 \\ -0.04348 & -0.21739 & -0.17391 & 0.13043 & 0.21739 & 0.08696 \end{bmatrix} \frac{1}{\text{cm}}$$

$$100 \cdot A2 \cdot B = \begin{bmatrix} -5 & 0 & 3 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -4 & 0 & 5 \\ -1 & -5 & -4 & 3 & 5 & 2 \end{bmatrix} m$$

$$\varepsilon := B \cdot u = \begin{bmatrix} 9.5652 \cdot 10^{-2} \\ -2.1739 \cdot 10^{-2} \\ 3.0435 \cdot 10^{-2} \end{bmatrix} \quad - \text{wektor odkształceń elementu CST}$$

$$A2 \cdot \alpha i = \begin{bmatrix} 0.03 \text{ m} \\ -5 \\ -1 \end{bmatrix} cm$$

$$A2 \cdot \alpha j = \begin{bmatrix} 0.12 \text{ m} \\ 3 \\ -4 \end{bmatrix} cm$$

$$A2 \cdot \alpha k = \begin{bmatrix} 0.08 \text{ m} \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix} cm$$

$$10 \ A2 = 230 \text{ cm}^2$$

$$10 \ A2 \cdot \varepsilon = \begin{bmatrix} 22 \\ -5 \\ 7 \end{bmatrix} cm^2$$