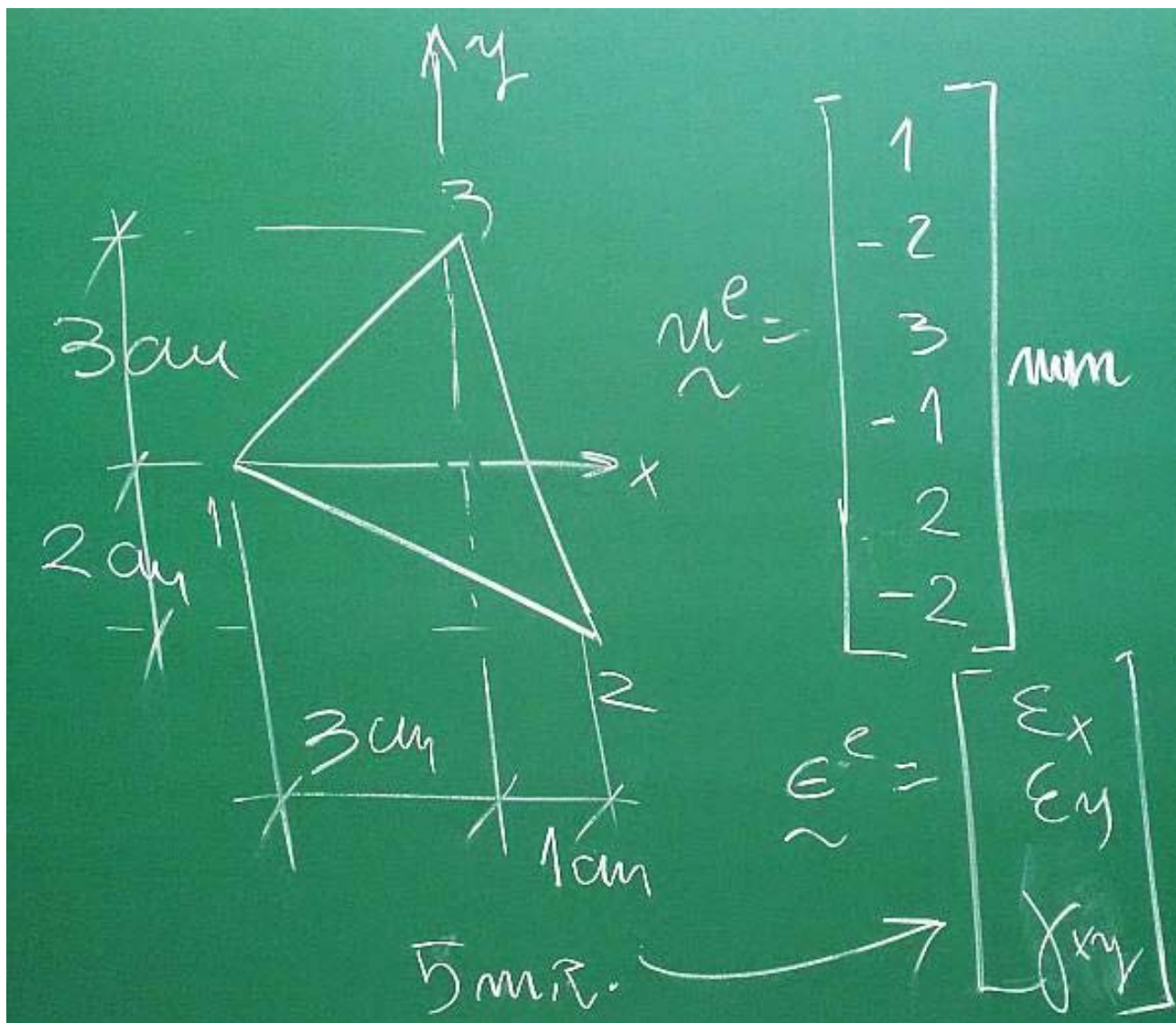


Podać składowe wektora odkształceń elementu CST



wektor współrzędnych elementu

$$xa = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ x_j \\ y_j \\ x_k \\ y_k \end{bmatrix} \quad xa := \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \\ -2 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} \cdot \text{cm}$$

wektor przemieszczeń elementu

$$u := \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \\ -1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix} \cdot \text{mm}$$

$$N(x, y) := [1 \ x \ y] \quad - \text{wielomiany funkcji kształtu}$$

$$dNx(x, y) = \frac{d}{dx} N(x, y) \quad - \text{pochodna wielomianu funkcji kształtu}$$

$$dNx := [0 \ 1 \ 0]$$

$$dNy(x, y) = \frac{d}{dy} N(x, y) \quad - \text{pochodna wielomianu funkcji kształtu}$$

$$dNy := [0 \ 0 \ 1]$$

$$M(x) = \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{bmatrix} \quad - \text{macierz współrzędnych elementu}$$

$$M(x) := \text{stack} \left( N(x_1, x_2), N(x_3, x_4), N(x_5, x_6) \right)$$

$$Ma := M(xa) \quad Ma = \begin{bmatrix} 1 & -0.03 \text{ m} & 0 \text{ m} \\ 1 & 0.01 \text{ m} & -0.02 \text{ m} \\ 1 & 0 \text{ m} & 0.03 \text{ m} \end{bmatrix} \quad - \text{macierz współrzędnych elementu "a"}$$

$$A2 := \det(Ma) = 18 \text{ cm}^2 \quad - \text{podwojone pole powierzchni elementu}$$

## Wyznaczanie współczynników funkcji kształtu

$$u_i := \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \alpha_i := Ma^{-1} \cdot u_i$$

$$u_j := \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \alpha_j := Ma^{-1} \cdot u_j$$

$$u_k := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \alpha_k := Ma^{-1} \cdot u_k$$

$$\alpha_i = \begin{bmatrix} 0.001667 \text{ m} \\ -0.277778 \\ -0.055556 \end{bmatrix} \frac{1}{\text{cm}}$$

$$\alpha_j = \begin{bmatrix} 0.005 \text{ m} \\ 0.166667 \\ -0.166667 \end{bmatrix} \frac{1}{\text{cm}}$$

$$\alpha_k = \begin{bmatrix} 0.003333 \text{ m} \\ 0.111111 \\ 0.222222 \end{bmatrix} \frac{1}{\text{cm}}$$

$$N_i(x, y) := N(x, y) \cdot \alpha_i \quad \text{- funkcja kształtu węzła "i"}$$

$$N_j(x, y) := N(x, y) \cdot \alpha_j \quad \text{- funkcja kształtu węzła "j"}$$

$$N_k(x, y) := N(x, y) \cdot \alpha_k \quad \text{- funkcja kształtu węzła "k"}$$

**Bi** - macierz geometryczna węzła i

$$B_i = \begin{bmatrix} dN_x \cdot \alpha_i & 0 \\ 0 & dN_y \cdot \alpha_i \\ dN_y \cdot \alpha_i & dN_x \cdot \alpha_i \end{bmatrix}$$

Macierz geometryczna elementu

$$B = [B_i \ B_j \ B_k]$$

$$B := \begin{bmatrix} \alpha_{i_2} & 0 & \alpha_{j_2} & 0 & \alpha_{k_2} & 0 \\ 0 & \alpha_{i_3} & 0 & \alpha_{j_3} & 0 & \alpha_{k_3} \\ \alpha_{i_3} & \alpha_{i_2} & \alpha_{j_3} & \alpha_{j_2} & \alpha_{k_3} & \alpha_{k_2} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -0.27778 & 0 & 0.16667 & 0 & 0.11111 & 0 \\ 0 & -0.05556 & 0 & -0.16667 & 0 & 0.22222 \\ -0.05556 & -0.27778 & -0.16667 & 0.16667 & 0.22222 & 0.11111 \end{bmatrix} \frac{1}{\text{cm}}$$

$$100 \cdot A2 \cdot B = \begin{bmatrix} -5 & 0 & 3 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -3 & 0 & 4 \\ -1 & -5 & -3 & 3 & 4 & 2 \end{bmatrix} m$$

$$\varepsilon := B \cdot u = \begin{bmatrix} 4.4444 \cdot 10^{-2} \\ -1.6667 \cdot 10^{-2} \\ 5.5556 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}$$

- wektor odkształceń elementu CST

$$A2 \cdot \alpha i = \begin{bmatrix} 0.03 m \\ -5 \\ -1 \end{bmatrix} cm$$

$$A2 \cdot \alpha j = \begin{bmatrix} 0.09 m \\ 3 \\ -3 \end{bmatrix} cm$$

$$A2 \cdot \alpha k = \begin{bmatrix} 0.06 m \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix} cm$$

$$10 A2 = 180 cm^2$$

$$10 A2 \cdot \varepsilon = \begin{bmatrix} 8 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix} cm^2$$

$$\varepsilon := \frac{1}{190} \cdot \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.026316 \\ 0.010526 \\ 0.000000 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{190} \cdot \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.6316\% \\ 1.0526\% \\ 0 \end{bmatrix}$$