

Układ bloków macierzy sztywności elementu

$$K = \begin{bmatrix} A & C \\ C^T & B \end{bmatrix}$$

Macierz elementu bez przegubów

$$K = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} & 0 & \frac{-12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} & 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{2 EJ}{L} \\ \frac{-EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} & 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{2 EJ}{L} & 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

Macierz elementu z przegubem w węźle początkowym

$$K = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & 0 & 0 & \frac{-3 EJ}{L^3} & \frac{3 EJ}{L^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-3 EJ}{L^3} & 0 & 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & \frac{-3 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^2} & 0 & 0 & \frac{-3 EJ}{L^2} & \frac{3 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

Macierz elementu z przegubem w węźle końcowym

$$K = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & \frac{3 EJ}{L^2} & 0 & \frac{-3 EJ}{L^3} & 0 \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^2} & \frac{3 EJ}{L} & 0 & \frac{-3 EJ}{L^2} & 0 \\ \frac{-EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-3 EJ}{L^3} & \frac{-3 EJ}{L^2} & 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Wyznaczyć składowe macierzy sztywności elementów ramy płaskiej.
 Podać postacie bloków A, B i C macierzy sztywności w lokalnym układzie współrzędnych z dokładnością do 5 miejsc znaczących [kN, kN/m, kNm]

$$E := 21 \text{ GPa} \quad b := 11 \text{ cm} \quad h := 19 \text{ cm}$$

$$J := \frac{b \cdot h^3}{12} = 6287.417 \text{ cm}^4 \quad A := b \cdot h = 209.000 \text{ cm}^2$$

$$EJ := E \cdot J$$

$$EA := E \cdot A$$

$$EJ = 1320.358 \text{ kN} \cdot \text{m}^2 \quad EA = 438900.000 \text{ kN}$$

Układ bloków macierzy sztywności elementu

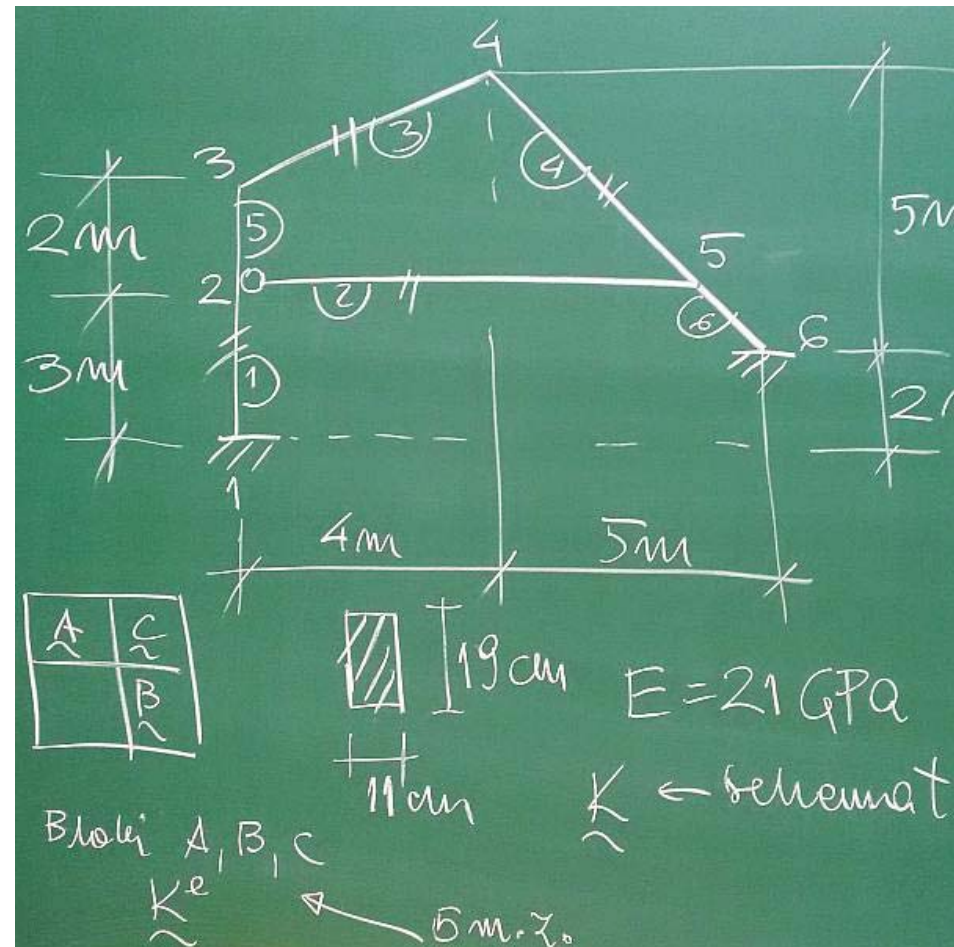
$$K = \begin{bmatrix} A & C \\ C^T & B \end{bmatrix}$$

Warunki brzegowe (podporowe)

$$u_{X1} = 0 \quad u_{Y1} = 0 \quad \varphi_1 = 0$$

$$u_{X6} = 0 \quad u_{Y6} = 0 \quad \varphi_6 = 0$$

$$X5 := 9 \text{ m} - 1 \text{ m} = 8 \text{ m}$$



Element "1" - Bloki macierzy elementu bez przegubów

$$Lx := 0 \text{ m} = 0 \text{ m}$$

$$Ly := 3 \text{ m} = 3 \text{ m}$$

$$L := \sqrt{(Lx)^2 + (Ly)^2} = 3.000000 \text{ m}$$

$$A := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1.463 \cdot 10^5 & 0 & 0 \\ 0 & 5.8683 \cdot 10^2 & (8.8024 \cdot 10^2) \text{ m} \\ 0 & (8.8024 \cdot 10^2) \text{ m} & (1.7605 \cdot 10^3) \text{ m}^2 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$B := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1.4630 \cdot 10^5 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 5.8683 \cdot 10^2 & -8.8024 \cdot 10^2 \text{ m} \\ 0.0000 & -8.8024 \cdot 10^2 \text{ m} & (1.7605 \cdot 10^3) \text{ m}^2 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$C := \begin{bmatrix} \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{2 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -1.4630 \cdot 10^5 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & -5.8683 \cdot 10^2 & (8.8024 \cdot 10^2) \text{ m} \\ 0.0000 & -8.8024 \cdot 10^2 \text{ m} & (8.8024 \cdot 10^2) \text{ m}^2 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

Element "2" - Bloki macierzy elementu z przegubem w węźle początkowym

$$Lx := 8 \text{ m} \quad Ly := 0 \text{ m} \quad L := \sqrt{(Lx)^2 + (Ly)^2} = 8.000000 \text{ m}$$

$$A := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 5.4863 \cdot 10^4 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 7.7365 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$B := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & \frac{-3 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-3 EJ}{L^2} & \frac{3 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 5.4863 \cdot 10^4 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 7.7365 & -6.1892 \cdot 10 \text{ m} \\ 0.0000 & -6.1892 \cdot 10 \text{ m} & (4.9513 \cdot 10^2) \text{ m}^2 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$C := \begin{bmatrix} \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-3 EJ}{L^3} & \frac{3 EJ}{L^2} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -5.4863 \cdot 10^4 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & -7.7365 & (6.1892 \cdot 10) \text{ m} \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

Element "3" - Bloki macierzy elementu bez przegubów

$$Lx := 4 \text{ m}$$

$$Ly := 2 \text{ m}$$

$$L := \sqrt{(Lx)^2 + (Ly)^2} = 4.472136 \text{ m}$$

$$A := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 9.8141 \cdot 10^4 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 1.7714 \cdot 10^2 & (3.9611 \cdot 10^2) \text{ m} \\ 0.0000 & (3.9611 \cdot 10^2) \text{ m} & (1.1810 \cdot 10^3) \text{ m}^2 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$B := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 9.8141 \cdot 10^4 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 1.7714 \cdot 10^2 & -3.9611 \cdot 10^2 \text{ m} \\ 0.0000 & -3.9611 \cdot 10^2 \text{ m} & (1.1810 \cdot 10^3) \text{ m}^2 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$C := \begin{bmatrix} \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{2 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -9.8141 \cdot 10^4 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & -1.7714 \cdot 10^2 & (3.9611 \cdot 10^2) \text{ m} \\ 0.0000 & -3.9611 \cdot 10^2 \text{ m} & (5.9048 \cdot 10^2) \text{ m}^2 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

Element "4" - Bloki macierzy elementu bez przegubów

$$Lx := 4 \text{ m} = 4 \text{ m} \quad Ly := -4 \text{ m} \quad L := \sqrt{(Lx)^2 + (Ly)^2} = 5.656854 \text{ m}$$

$$A := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 7.7587 \cdot 10^4 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 8.7528 \cdot 10 & (2.4757 \cdot 10^2) \text{ m} \\ 0.0000 & (2.4757 \cdot 10^2) \text{ m} & (9.3363 \cdot 10^2) \text{ m}^2 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$B := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 7.7587 \cdot 10^4 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 8.7528 \cdot 10 & -2.4757 \cdot 10^2 \text{ m} \\ 0.0000 & -2.4757 \cdot 10^2 \text{ m} & (9.3363 \cdot 10^2) \text{ m}^2 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$C := \begin{bmatrix} \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{2 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -7.7587 \cdot 10^4 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & -8.7528 \cdot 10 & (2.4757 \cdot 10^2) \text{ m} \\ 0.0000 & -2.4757 \cdot 10^2 \text{ m} & (4.6682 \cdot 10^2) \text{ m}^2 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$