

Podać składowe wektora odkształceń elementu CST z dokładnością do 5-ciu miejsc znaczących

wektory współrzędnych węzłów

$$x_w := \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ cm} \quad y_w := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \text{ cm}$$

wektor przemieszczeń węzłów

$$u_x := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ mm} \quad u_y := \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ mm}$$

wektory pomocnicze:

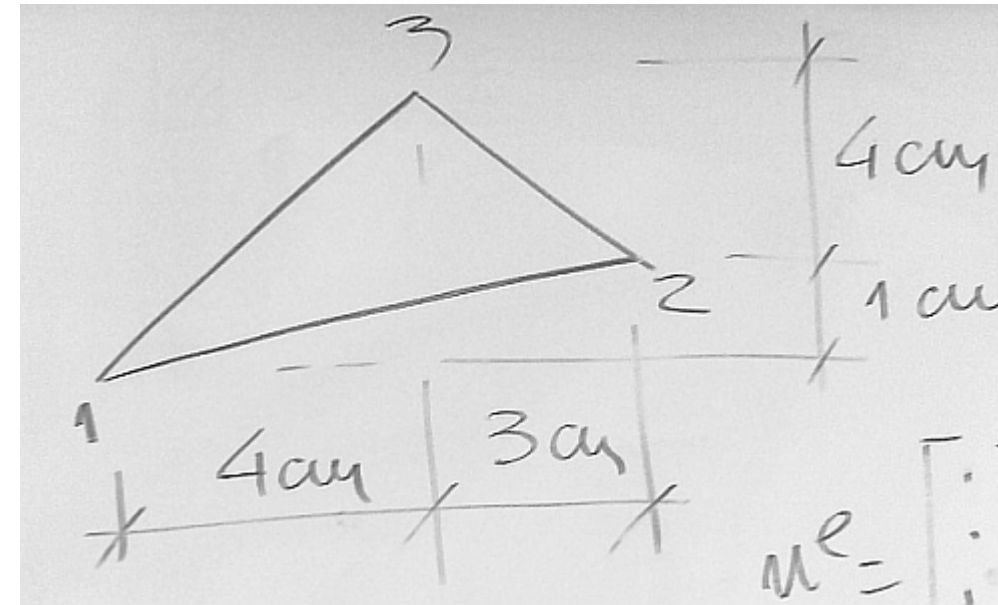
$$I := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad h(x, y) = \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ y \end{pmatrix} \quad \alpha = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \quad \beta = \begin{pmatrix} d \\ e \\ f \end{pmatrix}$$

Aproksymacja

przemieszczeń U_x ---> $U_x(x, y) = \alpha^T \cdot h(x, y) = a + b x + c y$

Aproksymacja

przemieszczeń U_y ---> $U_y(x, y) = \beta^T \cdot h(x, y) = d + e x + f y$



Wyznaczanie współczynników funkcji przemieszczeń U_x .

Warunki w każdym węźle:

$$U_x(x_1, y_1) = u_{x_1} \quad U_x(x_2, y_2) = u_{x_2} \quad U_x(x_3, y_3) = u_{x_3}$$

Podobnie dla funkcji U_y :

$$U_y(x_1, y_1) = u_{y_1} \quad U_y(x_2, y_2) = u_{y_2} \quad U_y(x_3, y_3) = u_{y_3}$$

Obliczanie odkształceń:

$$\varepsilon_x = \frac{d}{dx} U_x(x, y) = b = \alpha_2$$

$$\varepsilon_y = \frac{d}{dy} U_y(x, y) = f = \beta_3$$

$$\gamma_{xy} = \frac{d}{dy} U_x(x, y) + \frac{d}{dx} U_y(x, y) = c + e = \alpha_3 + \beta_2$$

$$\varepsilon_x := \alpha_2 = 9.6774 \times 10^{-3}$$

$$\varepsilon_y := \beta_3 = 4.5161 \times 10^{-2}$$

$$\gamma_{xy} := \alpha_3 + \beta_2 = 2.5806 \times 10^{-2}$$

Dostajemy 2 układy równań:

$$M \cdot \alpha = u_x \quad M \cdot \beta = u_y$$

Macierz współrzędnych:

$$M := \text{augment}(I, x_w, y_w)$$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Rozwiązanie układów równań:

$$\alpha := \text{lsolve}(M, u_x)$$

$$\beta := \text{lsolve}(M, u_y)$$

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1.38710 \times 10^{-1} \\ 9.67742 \times 10^{-3} \\ 3.22581 \times 10^{-2} \end{pmatrix}$$

$$\beta = \begin{pmatrix} -1.25806 \times 10^{-1} \\ -6.45161 \times 10^{-3} \\ 4.51613 \times 10^{-2} \end{pmatrix}$$

Wyniki w innych postaciach

$$A20 := |M| \cdot \frac{L}{\text{mm}} = 310$$

$$\underline{\varepsilon} := \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9.6774 \times 10^{-3} \\ 4.5161 \times 10^{-2} \\ 2.5806 \times 10^{-2} \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon \cdot A20 = \begin{pmatrix} 3 \\ 14 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$\alpha \cdot A20 = \begin{pmatrix} 43 \\ 3 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$\beta \cdot A20 = \begin{pmatrix} -39 \\ -2 \\ 14 \end{pmatrix}$$

ORIGIN := 1

l := 1cm

x_w := $\frac{1}{l} \cdot x_w$ *y_w* := $\frac{1}{l} \cdot y_w$

u_x := $\frac{1}{l} \cdot u_x$ *u_y* := $\frac{1}{l} \cdot u_y$