

Podać składowe wektora odkształceń elementu CST z dokładnością do 5-ciu miejsc znaczących

wektory współrzędnych węzłów

$$x_w := \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ cm} \quad y_w := \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \text{ cm}$$

wektor przemieszczeń węzłów

$$u_x := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ mm} \quad u_y := \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ mm}$$

wektory pomocnicze:

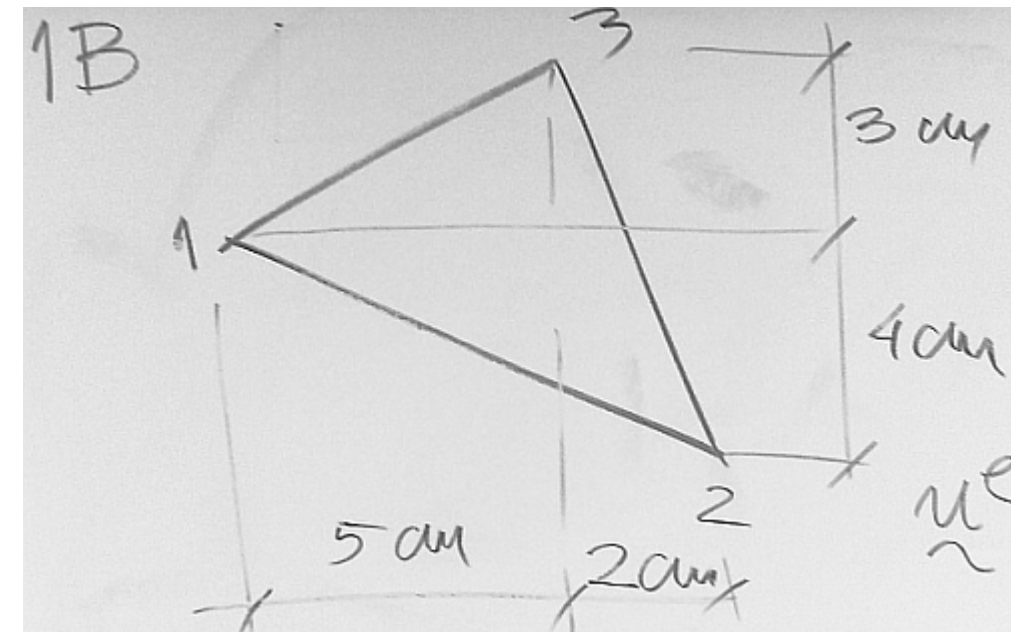
$$I := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad h(x, y) = \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ y \end{pmatrix} \quad \alpha = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \quad \beta = \begin{pmatrix} d \\ e \\ f \end{pmatrix}$$

Aproksymacja

przemieszczeń U_x ---> $U_x(x, y) = \alpha^T \cdot h(x, y) = a + b x + c y$

Aproksymacja

przemieszczeń U_y ---> $U_y(x, y) = \beta^T \cdot h(x, y) = d + e x + f y$



Wyznaczanie współczynników funkcji przemieszczeń U_x .

Warunki w każdym węźle:

$$U_x(x_1, y_1) = u_{x_1} \quad U_x(x_2, y_2) = u_{x_2} \quad U_x(x_3, y_3) = u_{x_3}$$

Podobnie dla funkcji U_y :

$$U_y(x_1, y_1) = u_{y_1} \quad U_y(x_2, y_2) = u_{y_2} \quad U_y(x_3, y_3) = u_{y_3}$$

Obliczanie odkształceń:

$$\varepsilon_x = \frac{d}{dx} U_x(x, y) = b = \alpha_2$$

$$\varepsilon_y = \frac{d}{dy} U_y(x, y) = f = \beta_3$$

$$\gamma_{xy} = \frac{d}{dy} U_x(x, y) + \frac{d}{dx} U_y(x, y) = c + e = \alpha_3 + \beta_2$$

Dostajemy 2 układy równań: $M \cdot \alpha = u_x$ $M \cdot \beta = u_y$

Macierz współrzędnych: $M := \text{augment}(I, x_w, y_w)$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 0 \\ 1 & 2 & -4 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Rozwiązanie układów równań: $\alpha := \text{lsolve}(M, u_x)$ $\beta := \text{lsolve}(M, u_y)$

$$\varepsilon_x := \alpha_2 = 2.6829 \times 10^{-2}$$

$$\varepsilon_y := \beta_3 = 3.4146 \times 10^{-2}$$

$$\gamma_{xy} := \alpha_3 + \beta_2 = 4.1463 \times 10^{-2}$$

$$\alpha = \begin{pmatrix} 2.34146 \times 10^{-1} \\ 2.68293 \times 10^{-2} \\ 2.19512 \times 10^{-2} \end{pmatrix}$$

$$\beta = \begin{pmatrix} -2.43902 \times 10^{-3} \\ 1.95122 \times 10^{-2} \\ 3.41463 \times 10^{-2} \end{pmatrix}$$

Wyniki w innych postaciach

$$A2\theta := |M| \cdot \frac{L}{\text{mm}} = 410$$

$$\underline{\varepsilon} := \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.6829 \times 10^{-2} \\ 3.4146 \times 10^{-2} \\ 4.1463 \times 10^{-2} \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon \cdot A2\theta = \begin{pmatrix} 11 \\ 14 \\ 17 \end{pmatrix}$$

$$\alpha \cdot A2\theta = \begin{pmatrix} 96 \\ 11 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$\beta \cdot A2\theta = \begin{pmatrix} -1 \\ 8 \\ 14 \end{pmatrix}$$

$\textit{ORIGIN} := 1$

$\textit{l} := 1\textit{cm}$

$\textit{x}_w := \frac{1}{l} \cdot x_w \quad \textit{y}_w := \frac{1}{l} \cdot y_w$

$\textit{u}_x := \frac{1}{l} \cdot u_x \quad \textit{u}_y := \frac{1}{l} \cdot u_y$