

Wyznaczyć składowe macierzy sztywności elementów ramy płaskiej.
 Podać postacie bloków A, B i C macierzy sztywności w lokalnym układzie współrzędnych z dokładnością do 5-ciu miejsc znaczących

$$E := 13 \text{ GPa} \quad b := 11 \text{ cm} \quad h := 15 \text{ cm}$$

$$J := \frac{b \cdot h^3}{12} = 3093.750 \text{ cm}^4 \quad A := b \cdot h = 165.000 \text{ cm}^2$$

$$EJ := E \cdot J$$

$$EA := E \cdot A$$

$$EJ = 402.188 \text{ kN} \cdot \text{m}^2 \quad EA = 214500.000 \text{ kN}$$

Układ bloków macierzy sztywności elementu

$$K = \begin{bmatrix} A & C \\ C^T & B \end{bmatrix}$$

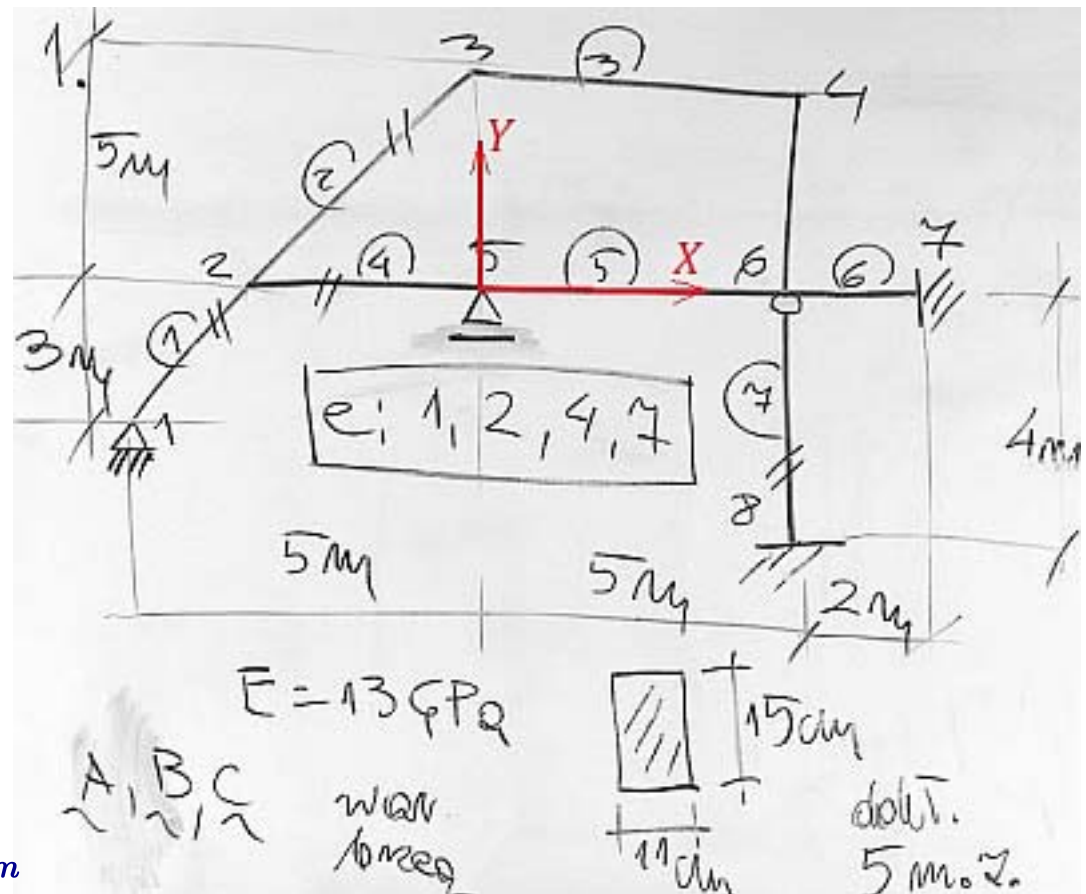
Warunki brzegowe (podporowe)

$$u_{X1} = 0 \quad u_{Y1} = 0 \quad u_{Y5} = 0$$

$$u_{X7} = 0 \quad u_{Y7} = 0 \quad \varphi_7 = 0$$

$$u_{X8} = 0 \quad u_{Y8} = 0 \quad \varphi_8 = 0$$

$$X2 := \frac{5}{8} \cdot 5 \text{ m} = 3.125 \text{ m}$$



Element "1" - Bloki macierzy elementu bez przegubów

$$Lx := 5 \text{ m} - X2 = 1.875 \text{ m} \quad Ly := 3 \text{ m} \quad L := \sqrt{(Lx)^2 + (Ly)^2} = 3.537743 \text{ m}$$

$$A := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 60632 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 109.00 \frac{1}{m} & 192.81 \\ 0 & 192.81 & 454.74 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$

$$B := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 60632 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 109.00 \frac{1}{m} & -192.81 \\ 0 & -192.81 & 454.74 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$

$$C := \begin{bmatrix} \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{-2 EJ}{L} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} -60632 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & -109.00 \frac{1}{m} & -192.81 \\ 0 & 192.81 & -227.37 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$

Element "2" - Bloki macierzy elementu bez przegubów

$$Lx := X2 \quad Ly := 5 \text{ m} \quad L := \sqrt{(Lx)^2 + (Ly)^2} = 5.896238 \text{ m}$$

$$A := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 36379 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 23.544 \frac{1}{m} & 69.411 \\ 0 & 69.411 & 272.84 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$

$$B := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 36379 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 23.544 \frac{1}{m} & -69.411 \\ 0 & -69.411 & 272.84 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$

$$C := \begin{bmatrix} \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{-2 EJ}{L} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} -36379 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & -23.544 \frac{1}{m} & -69.411 \\ 0 & 69.411 & -136.42 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$

Element "4" - Bloki macierzy elementu bez przegubów

$$Lx := X2$$

$$Ly := 0 \text{ m}$$

$$L := \sqrt{(Lx)^2 + (Ly)^2} = 3.125000 \text{ m}$$

$$A := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 68640 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 158.15 \frac{1}{m} & 247.10 \\ 0 & 247.10 & 514.80 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$

$$B := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 68640 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 158.15 \frac{1}{m} & -247.10 \\ 0 & -247.10 & 514.80 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$

$$C := \begin{bmatrix} \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{-2 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -68640 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & -158.15 \frac{1}{m} & -247.10 \\ 0 & 247.10 & -257.40 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$

Element "7" - Bloki macierzy elementu z przegubem w węźle początkowym

$$Lx := 0 \text{ m} \quad Ly := -4 \text{ m} \quad L := \sqrt{(Lx)^2 + (Ly)^2} = 4.000000 \text{ m}$$

$$A := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 53625 & 0 & 0 \\ 0 & 18.853 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$B := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & \frac{-3 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-3 EJ}{L^2} & \frac{3 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 53625 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 18.853 \frac{1}{m} & -75.410 \\ 0 & -75.410 & 301.64 \text{ m} \end{bmatrix} kN$$

$$C := \begin{bmatrix} \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-3 EJ}{L^3} & \frac{3 EJ}{L^2} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -53625 & 0 & 0 \\ 0 & -18.853 & 75.410 \text{ m} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$