

Układ bloków macierzy sztywności elementu ramy 2D

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \overset{1}{\mathbf{A}} & \overset{2}{\mathbf{C}} \\ \mathbf{C}^T & \mathbf{B} \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix}$$

Macierz elementu bez przegubów

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 12\frac{EJ}{L^3} & 6\frac{EJ}{L^2} & 0 & -12\frac{EJ}{L^3} & 6\frac{EJ}{L^2} \\ 0 & 6\frac{EJ}{L^2} & 4\frac{EJ}{L} & 0 & -6\frac{EJ}{L^2} & 2\frac{EJ}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -12\frac{EJ}{L^3} & -6\frac{EJ}{L^2} & 0 & 12\frac{EJ}{L^3} & -6\frac{EJ}{L^2} \\ 0 & 6\frac{EJ}{L^2} & 2\frac{EJ}{L} & 0 & -6\frac{EJ}{L^2} & 4\frac{EJ}{L} \end{bmatrix}$$

Macierz elementu z przegubem w węźle początkowym

$$K = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 3\frac{EJ}{L^3} & 0 & 0 & -3\frac{EJ}{L^3} & 3\frac{EJ}{L^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -3\frac{EJ}{L^3} & 0 & 0 & 3\frac{EJ}{L^3} & -3\frac{EJ}{L^2} \\ 0 & 3\frac{EJ}{L^2} & 0 & 0 & -3\frac{EJ}{L^2} & 3\frac{EJ}{L} \end{bmatrix}$$

Macierz elementu z przegubem w węźle końcowym

$$K = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 3\frac{EJ}{L^3} & 3\frac{EJ}{L^2} & 0 & -3\frac{EJ}{L^3} & 0 \\ 0 & 3\frac{EJ}{L^2} & 3\frac{EJ}{L} & 0 & -3\frac{EJ}{L^2} & 0 \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -3\frac{EJ}{L^3} & -3\frac{EJ}{L^2} & 0 & 3\frac{EJ}{L^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Wyznaczyć składowe macierzy sztywności elementów ramy płaskiej.
 Podać postacie bloków A, B i C macierzy sztywności w lokalnym układzie współrzędnych z dokładnością do 5-ciu miejsc znaczących

Układ bloków macierzy sztywności elementu

$$K = \begin{bmatrix} & \overset{1}{A} & & \overset{2}{C} \\ & \vdots & & \vdots \\ & \overset{C^T}{C^T} & & \overset{B}{B} \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix}$$

$$E := 11 \text{ GPa} \quad b := 12 \text{ cm} \quad h := 15 \text{ cm}$$

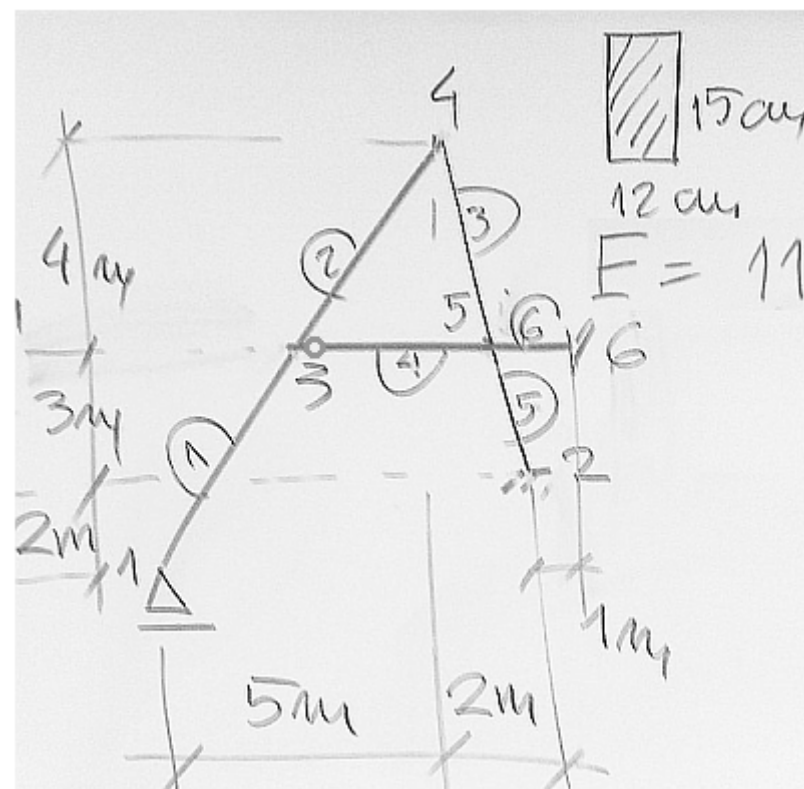
$$J := \frac{b \cdot h^3}{12} = 3375.000 \cdot \text{cm}^4 \quad A := b \cdot h = 180.000 \cdot \text{cm}^2$$

$$EJ = 371.250 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}^2 \quad EA = 198000.000 \cdot \text{kN}$$

Schemat globalnej macierzy sztywności

$$K = \begin{bmatrix} \overset{1}{A^1} & & & & & \\ & \overset{2}{A^5} & & & & \\ & & \overset{3}{B^1+A^2+A^4} & \overset{4}{C^2} & \overset{5}{C^4} & \\ & & & \overset{B^2+A^3}{B^2+A^3} & \overset{C^3}{C^3} & \\ & & & & \overset{B^3+B^4+B^5+A^6}{B^3+B^4+B^5+A^6} & \overset{C^6}{C^6} \\ & & & & & \overset{B^6}{B^6} \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix}$$

Symetria



Warunki brzegowe (podporowe)

$$u_{Y1} = 0$$

$$u_{X2} = 0, u_{Y2} = 0, \varphi_2 = 0$$

$$u_{X6} = 0, u_{Y6} = 0, \varphi_6 = 0$$

Element "1" - bloki macierzy sztywności w lokalnym układzie współrzędnych

$L_x := \frac{5 \cdot 5m}{9}$ $L_y := 5m$ $L := \sqrt{(L_x)^2 + (L_y)^2} = 5.719795m$

$A := \text{Blok_A11}(EA, EJ, L, 1m)$ $A =$

$3.4617 \cdot 10^4$	$0.0000 \cdot 10^0$	$0.0000 \cdot 10^0$
$0.0000 \cdot 10^0$	$2.3807 \cdot 10^1$	$6.8086 \cdot 10^1$
$0.0000 \cdot 10^0$	$6.8086 \cdot 10^1$	$2.5962 \cdot 10^2$

 $\cdot kN$ $[kN/m], [kNm]$

$B := \text{Blok_B11}(EA, EJ, L, 1m)$ $B =$

$3.4617 \cdot 10^4$	$0.0000 \cdot 10^0$	$0.0000 \cdot 10^0$
$0.0000 \cdot 10^0$	$2.3807 \cdot 10^1$	$-6.8086 \cdot 10^1$
$0.0000 \cdot 10^0$	$-6.8086 \cdot 10^1$	$2.5962 \cdot 10^2$

 $\cdot kN$ $[kN/m], [kNm]$

$C := \text{Blok_C11}(EA, EJ, L, 1m)$ $C =$

$-3.4617 \cdot 10^4$	$0.0000 \cdot 10^0$	$0.0000 \cdot 10^0$
$0.0000 \cdot 10^0$	$-2.3807 \cdot 10^1$	$6.8086 \cdot 10^1$
$0.0000 \cdot 10^0$	$-6.8086 \cdot 10^1$	$1.2981 \cdot 10^2$

 $\cdot kN$ $[kN/m], [kNm]$

Element "2" - bloki macierzy sztywności w lokalnym układzie współrzędnych

$$L_x := X_4 - X_3$$

$$L_y := 4\text{m}$$

$$L := \sqrt{(L_x)^2 + (L_y)^2} = 4.575836\text{m}$$

$$A := \text{Blok_A11} (EA, EJ, L, 1\text{m})$$

$$A = \begin{bmatrix} 4.3271 \cdot 10^4 & 0.0000 \cdot 10^0 & 0.0000 \cdot 10^0 \\ 0.0000 \cdot 10^0 & 4.6498 \cdot 10^1 & 1.0638 \cdot 10^2 \\ 0.0000 \cdot 10^0 & 1.0638 \cdot 10^2 & 3.2453 \cdot 10^2 \end{bmatrix} \cdot \text{kN}$$

$[kN/m], [kNm]$

$$B := \text{Blok_B11} (EA, EJ, L, 1\text{m})$$

$$B = \begin{bmatrix} 4.3271 \cdot 10^4 & 0.0000 \cdot 10^0 & 0.0000 \cdot 10^0 \\ 0.0000 \cdot 10^0 & 4.6498 \cdot 10^1 & -1.0638 \cdot 10^2 \\ 0.0000 \cdot 10^0 & -1.0638 \cdot 10^2 & 3.2453 \cdot 10^2 \end{bmatrix} \cdot \text{kN}$$

$[kN/m], [kNm]$

$$C := \text{Blok_C11} (EA, EJ, L, 1\text{m})$$

$$C = \begin{bmatrix} -4.3271 \cdot 10^4 & 0.0000 \cdot 10^0 & 0.0000 \cdot 10^0 \\ 0.0000 \cdot 10^0 & -4.6498 \cdot 10^1 & 1.0638 \cdot 10^2 \\ 0.0000 \cdot 10^0 & 1.0638 \cdot 10^2 & 1.6227 \cdot 10^2 \end{bmatrix} \cdot \text{kN}$$

$[kN/m], [kNm]$

Element "3" - bloki macierzy sztywności w lokalnym układzie współrzędnych

$L_x := X5 - X4$

$L_y := -4\text{m}$

$L := \sqrt{(L_x)^2 + (L_y)^2} = 4.160063\text{m}$

A := Blok_A11 (EA , EJ , L , 1m)

A =

4.7595·10 ⁴	0.0000·10 ⁰	0.0000·10 ⁰
0.0000·10 ⁰	6.1880·10 ¹	1.2871·10 ²
0.0000·10 ⁰	1.2871·10 ²	3.5697·10 ²

 · kN [kN/m], [kNm]

B := Blok_B11 (EA , EJ , L , 1m)

B =

4.7595·10 ⁴	0.0000·10 ⁰	0.0000·10 ⁰
0.0000·10 ⁰	6.1880·10 ¹	-1.2871·10 ²
0.0000·10 ⁰	-1.2871·10 ²	3.5697·10 ²

 · kN [kN/m], [kNm]

C := Blok_C11 (EA , EJ , L , 1m)

C =

-4.7595·10 ⁴	0.0000·10 ⁰	0.0000·10 ⁰
0.0000·10 ⁰	-6.1880·10 ¹	1.2871·10 ²
0.0000·10 ⁰	-1.2871·10 ²	1.7848·10 ²

 · kN [kN/m], [kNm]

Element "4" - bloki macierzy sztywności w lokalnym układzie współrzędnych

$L_x := X5 - X3$

$L_y := 0\text{m}$

$L := \sqrt{(L_x)^2 + (L_y)^2} = 3.365079\text{m}$

A := Blok_A01 (EA , EJ , L , 1m)

A =

5.8840·10 ⁴	0.0000·10 ⁰	0.0000·10 ⁰
0.0000·10 ⁰	2.9228·10 ¹	0.0000·10 ⁰
0.0000·10 ⁰	0.0000·10 ⁰	0.0000·10 ⁰

· kN

[kN/m], [kNm]

B := Blok_B01 (EA , EJ , L , 1m)

B =

5.8840·10 ⁴	0.0000·10 ⁰	0.0000·10 ⁰
0.0000·10 ⁰	2.9228·10 ¹	-9.8355·10 ¹
0.0000·10 ⁰	-9.8355·10 ¹	3.3097·10 ²

· kN

[kN/m], [kNm]

C := Blok_C01 (EA , EJ , L , 1m)

C =

-5.8840·10 ⁴	0.0000·10 ⁰	0.0000·10 ⁰
0.0000·10 ⁰	-2.9228·10 ¹	9.8355·10 ¹
0.0000·10 ⁰	0.0000·10 ⁰	0.0000·10 ⁰

· kN

[kN/m], [kNm]