

*Układ bloków macierzy sztywności elementu*

$$K = \begin{bmatrix} A & C \\ C^T & B \end{bmatrix}$$

*Macierz elementu bez przegubów*

$$K = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} & 0 & \frac{-12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} & 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{2 EJ}{L} \\ \frac{-EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} & 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{2 EJ}{L} & 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

*Macierz elementu z przegubem w węźle początkowym*

$$K = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & 0 & 0 & \frac{-3 EJ}{L^3} & \frac{3 EJ}{L^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-3 EJ}{L^3} & 0 & 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & \frac{-3 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^2} & 0 & 0 & \frac{-3 EJ}{L^2} & \frac{3 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

*Macierz elementu z przegubem w węźle końcowym*

$$K = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & \frac{3 EJ}{L^2} & 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & 0 \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^2} & \frac{3 EJ}{L} & 0 & \frac{-3 EJ}{L^2} & 0 \\ \frac{-EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & \frac{-3 EJ}{L^2} & 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Wyznaczyć składowe macierzy sztywności elementów ramy płaskiej.  
 Podać postacie bloków A, B i C macierzy sztywności w lokalnym układzie współrzędnych z dokładnością do 5-ciu miejsc znaczących

$$E := 11 \text{ GPa} \quad b := 11 \text{ cm} \quad h := 17 \text{ cm}$$

$$J := \frac{b \cdot h^3}{12} = 4503.583 \text{ cm}^4 \quad A := b \cdot h = 187.000 \text{ cm}^2 \quad EJ := E \cdot J \quad EA := E \cdot A$$

$$EJ = 495.394 \text{ kN} \cdot \text{m}^2 \quad EA = 205700.000 \text{ kN}$$

Układ bloków macierzy sztywności elementu

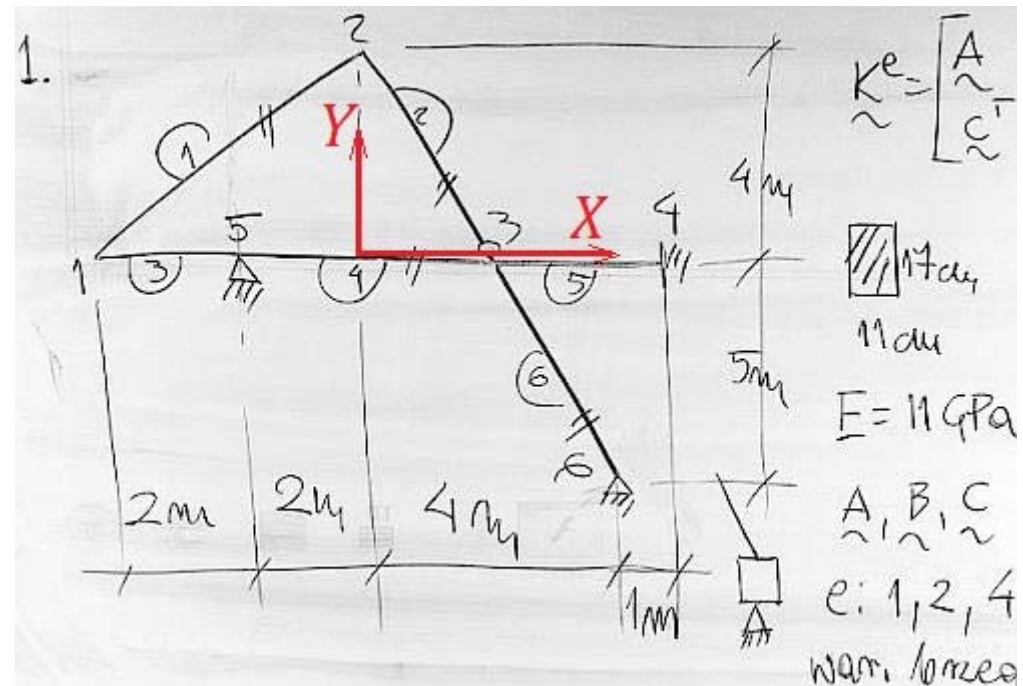
$$K = \begin{bmatrix} A & C \\ C^T & B \end{bmatrix}$$

Warunki brzegowe (podporowe)

$$u_{X4} = 0 \quad u_{Y4} = 0 \quad \varphi_4 = 0$$

$$u_{X5} = 0 \quad u_{Y5} = 0$$

$$u_{X6} = 0 \quad u_{Y6} = 0$$



$$X3 := \frac{4}{9} \cdot 4 \text{ m} = 1.77778 \text{ m}$$

Element "1" - Bloki macierzy elementu bez przegubów

$$Lx := 4 \text{ m} \quad Ly := 4 \text{ m} \quad L := \sqrt{(Lx)^2 + (Ly)^2} = 5.656854 \text{ m}$$

$$A := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 36363 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 32.840 \frac{1}{m} & 92.886 \\ 0 & 92.886 & 350.30 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$

$$B := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 36363 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 32.840 \frac{1}{m} & -92.886 \\ 0 & -92.886 & 350.30 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$

$$C := \begin{bmatrix} \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{-2 EJ}{L} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} -36363 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & -32.840 \frac{1}{m} & -92.886 \\ 0 & 92.886 & -175.15 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$

*Element "2" - Bloki macierzy elementu z przegubem w węźle końcowym*

$$Lx := X3 \quad Ly := -4 \text{ m} \quad L := \sqrt{(Lx)^2 + (Ly)^2} = 4.377270 \text{ m}$$

$$A := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & \frac{3 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^2} & \frac{3 EJ}{L} \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 46993 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 17.7199 \frac{1}{m} & 77.5649 \\ 0 & 77.5649 & 339.52 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$

$$B := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 46993 \cdot \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 17.7199 \cdot \frac{1}{m} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ kN}$$

$$C := \begin{bmatrix} \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & 0 \\ 0 & \frac{-3 EJ}{L^2} & 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} -46993 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 17.7199 \frac{1}{m} & 0 \\ 0 & -77.5649 & 0 \end{bmatrix} \text{ kN}$$

Element "4" - Bloki macierzy elementu bez przegubów

$$Lx := 4 \text{ m} + X3 \quad Ly := -4 \text{ m} \quad L := \sqrt{(Lx)^2 + (Ly)^2} = 7.027284 \text{ m}$$

$$A := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 29272 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 17.131 \frac{1}{m} & 60.1904 \\ 0 & 60.190 & 281.98 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$

$$B := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 29272 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 17.131 \frac{1}{m} & -60.1904 \\ 0 & -60.190 & 281.98 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$

$$C := \begin{bmatrix} \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{-2 EJ}{L} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} -29272 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & -17.131 \frac{1}{m} & -60.1904 \\ 0 & 60.190 & -140.99 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$

*Element "6" - Bloki macierzy elementu bez przegubów*

$$Lx := 4 \text{ m} - X3 \quad Ly := -5 \text{ m} \quad L := \sqrt{(Lx)^2 + (Ly)^2} = 5.471588 \text{ m}$$

$$A := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 37594 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 36.290 \frac{1}{m} & 99.283 \\ 0 & 99.283 & 362.16 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$

$$B := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 37594 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 36.290 \frac{1}{m} & -99.283 \\ 0 & -99.283 & 362.16 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$

$$C := \begin{bmatrix} \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{-2 EJ}{L} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} -37594 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & -36.290 \frac{1}{m} & -99.283 \\ 0 & 99.283 & -181.08 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$