

Podać składowe wektora odkształceń elementu CST z dokładnością do 5-ciu miejsc znaczących

wektory współrzędnych węzłów

$$x := \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ cm} \quad y := \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \text{ cm}$$

wektor przemieszczeń węzłów

$$ux := \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ mm} \quad uy := \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ mm}$$

wektory pomocnicze:

$$I := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad F = \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ y \end{pmatrix} \quad \alpha x = \begin{pmatrix} a_x \\ b_x \\ c_x \end{pmatrix} \quad \alpha y = \begin{pmatrix} a_y \\ b_y \\ c_y \end{pmatrix}$$

Aproksymacja przemieszczeń ux

funkcją kształtu $N_x \rightarrow U_x(x, y) = a_x + b_x x + c_x y = \alpha_x^T \cdot F$

Aproksymacja przemieszczeń uy

funkcją kształtu $N_y \rightarrow U_y(x, y) = a_y + b_y x + c_y y = \alpha_y^T \cdot F$

Wyznaczanie współczynników funkcji kształtu N_x .

Warunki w każdym węźle:

$$U_x(x_1, y_1) = ux_1 \quad U_x(x_2, y_2) = ux_2 \quad U_x(x_3, y_3) = ux_3$$

Podobnie dla funkcji N_y :

$$U_y(x_1, y_1) = uy_1 \quad U_y(x_2, y_2) = uy_2 \quad U_y(x_3, y_3) = uy_3$$

Obliczanie odkształceń:

$$\epsilon_x = \frac{d}{dx} N_x(x, y) = b_x = \alpha x_2$$

$$\epsilon_y = \frac{d}{dy} N_y(x, y) = c_y = \alpha y_3$$

$$\gamma_{xy} = \frac{d}{dy} N_x(x, y) + \frac{d}{dx} N_y(x, y) = c_x + b_y = \alpha x_3 + \alpha y_2$$

$$\epsilon_x := \alpha x_2 = 3.3333 \times 10^{-2}$$

$$\epsilon_y := \alpha y_3 = 2.5000 \times 10^{-2}$$

$$\gamma_{xy} := \alpha x_3 + \alpha y_2 = 8.3333 \times 10^{-3}$$

Dostajemy 2 układy równań:

$$M \cdot \alpha x = ux \quad M \cdot \alpha y = uy$$

Macierz współrzędnych:

$$M := \text{augment}(I, x, y)$$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 1 & 3 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Rozwiązanie układów równań:

$$\alpha x := \text{lsolve}(M, ux)$$

$$\alpha y := \text{lsolve}(M, uy)$$

$$\alpha x = \begin{pmatrix} 2.00000 \times 10^{-1} \\ 3.33333 \times 10^{-2} \\ 0.00000 \times 10^0 \end{pmatrix}$$

$$\alpha y = \begin{pmatrix} -1.75000 \times 10^{-1} \\ 8.33333 \times 10^{-3} \\ 2.50000 \times 10^{-2} \end{pmatrix}$$

Wyniki w innych postaciach

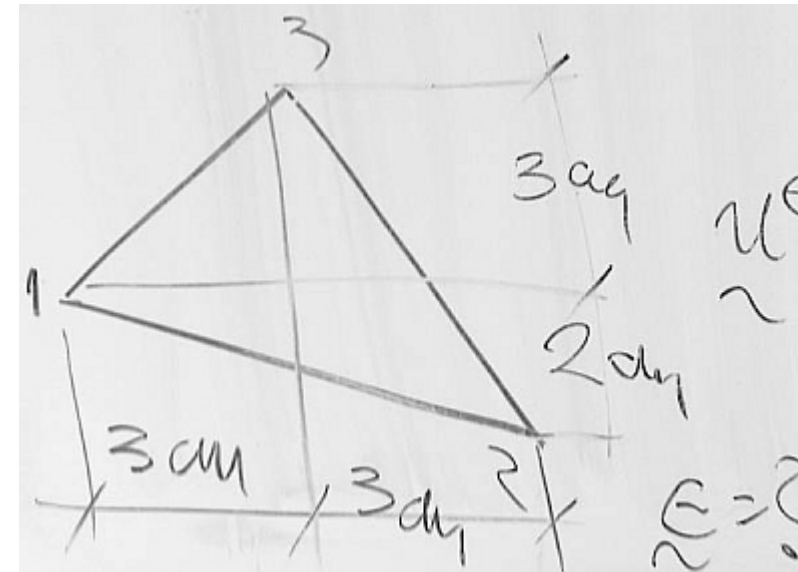
$$A20 := |M| \cdot 10 = 240$$

$$\underline{\epsilon} := \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.3333 \times 10^{-2} \\ 2.5000 \times 10^{-2} \\ 8.3333 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

$$\epsilon \cdot A20 = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\alpha x \cdot A20 = \begin{pmatrix} 48 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\alpha y \cdot A20 = \begin{pmatrix} -42 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$$



$$u^e = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \\ -2 \\ ? \\ 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} 0.5 \\ \text{mm} \\ \leftarrow \\ 5 \text{ mm} \end{matrix}$$

ORIGIN := 1

l := 1cm

x := $\frac{1}{l} \cdot x$ y := $\frac{1}{l} \cdot y$

ux := $\frac{1}{l} \cdot ux$ uy := $\frac{1}{l} \cdot uy$