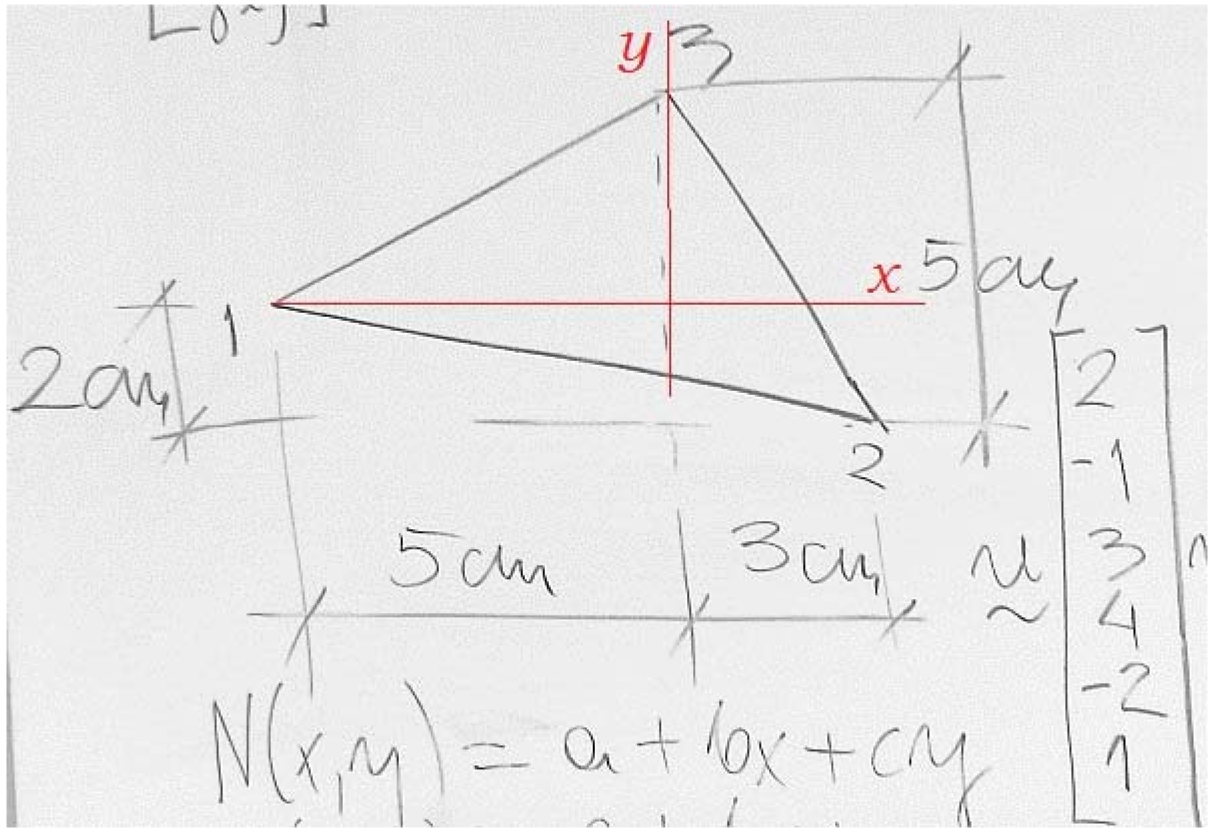
Podać składowe wektora odkształceń elementu CST z dokładnością do 5-ciu miejsc znaczących

wektory współrzędnych węzłów

$$x_w := \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} cm \qquad y_w := \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot cm$$

wektor przemieszczeń węzłów

$$u_x := \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} mm \qquad u_y := \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} mm$$



wektory pomocnicze:

$$I := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad h(x,y) = \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ y \end{pmatrix} \qquad \alpha = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \qquad \beta = \begin{pmatrix} d \\ e \\ f \end{pmatrix}$$

Aproksymacja przemieszczeń Ux ---> $U_x(x,y) = \alpha^T \cdot h(x,y) = a + b x + c y$

Aproksymacja przemieszczeń Uy ---> $U_y(x,y) = \beta^T \cdot h(x,y) = d + e x + f y$

Wyznaczanie współczynników funkcji przemieszczeń Ux.
Warunki w każdym węźle:

$$U_x(x_1,y_1) = u_{x_1} \qquad U_x(x_2,y_2) = u_{x_2} \qquad U_x(x_3,y_3) = u_{x_3}$$

Podobnie dla funkcji Uy:

$$U_y(x_1,y_1) = u_{y_1} \qquad U_y(x_2,y_2) = u_{y_2} \qquad U_y(x_3,y_3) = u_{y_3}$$

Dostajemy 2 układy równań: $M \cdot \alpha = u_x \qquad M \cdot \beta = u_y$

Macierz współrzędnych: $M := augment(I, x_w, y_w) \qquad M = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 0 \\ 1 & 3 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Rozwiązanie układów równań: $\alpha := lsolve(M, u_x) \qquad \beta := lsolve(M, u_y)$

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1.26471 \times 10^{-1} \\ -1.47059 \times 10^{-2} \\ -1.08824 \times 10^{-1} \end{pmatrix} \qquad \beta = \begin{pmatrix} 1.79412 \times 10^{-1} \\ 5.58824 \times 10^{-2} \\ -2.64706 \times 10^{-2} \end{pmatrix}$$

Obliczanie odkształceń:

$$\varepsilon_x = \frac{d}{dx} U_x(x,y) = b = \alpha_2 \qquad \varepsilon_x := \alpha_2 = -1.4706 \times 10^{-2}$$

$$\varepsilon_y = \frac{d}{dy} U_y(x,y) = f = \beta_3 \qquad \varepsilon_y := \beta_3 = -2.6471 \times 10^{-2}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{d}{dy} U_x(x,y) + \frac{d}{dx} U_y(x,y) = c + e = \alpha_3 + \beta_2 \qquad \gamma_{xy} := \alpha_3 + \beta_2 = -5.2941 \times 10^{-2}$$

--- *Wyniki w innych postaciach* ---

$$A20 := |M| \cdot \frac{L}{mm} = 340$$

$$\varepsilon := \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1.4706 \times 10^{-2} \\ -2.6471 \times 10^{-2} \\ -5.2941 \times 10^{-2} \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon \cdot A20 = \begin{pmatrix} -5 \\ -9 \\ -18 \end{pmatrix} \qquad \alpha \cdot A20 = \begin{pmatrix} 43 \\ -5 \\ -37 \end{pmatrix} \qquad \beta \cdot A20 = \begin{pmatrix} 61 \\ 19 \\ -9 \end{pmatrix}$$