

Układ bloków macierzy sztywności elementu

$$K = \begin{bmatrix} A & C \\ C^T & B \end{bmatrix}$$

Macierz elementu bez przegubów

$$K = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} & 0 & \frac{-12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} & 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{2 EJ}{L} \\ \frac{-EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} & 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{2 EJ}{L} & 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

Macierz elementu z przegubem w węźle początkowym

$$K = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & 0 & 0 & \frac{-3 EJ}{L^3} & \frac{3 EJ}{L^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-3 EJ}{L^3} & 0 & 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & \frac{-3 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^2} & 0 & 0 & \frac{-3 EJ}{L^2} & \frac{3 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

Macierz elementu z przegubem w węźle końcowym

$$K = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & \frac{3 EJ}{L^2} & 0 & \frac{-3 EJ}{L^3} & 0 \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^2} & \frac{3 EJ}{L} & 0 & \frac{-3 EJ}{L^2} & 0 \\ \frac{-EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-3 EJ}{L^3} & \frac{-3 EJ}{L^2} & 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Wyznaczyć składowe macierzy sztywności elementów ramy płaskiej.
 Podać postacie bloków A, B i C macierzy sztywności w lokalnym układzie współrzędnych z dokładnością do 5-ciu miejsc znaczących

$$E := 27 \text{ GPa} \quad b := 9 \text{ cm} \quad h := 17 \text{ cm}$$

$$J := \frac{b \cdot h^3}{12} = 3684.750 \text{ cm}^4 \quad A := b \cdot h = 153.000 \text{ cm}^2$$

$$EJ := E \cdot J$$

$$EA := E \cdot A$$

$$EJ = 994.883 \text{ kN} \cdot \text{m}^2 \quad EA = 413100.000 \text{ kN}$$

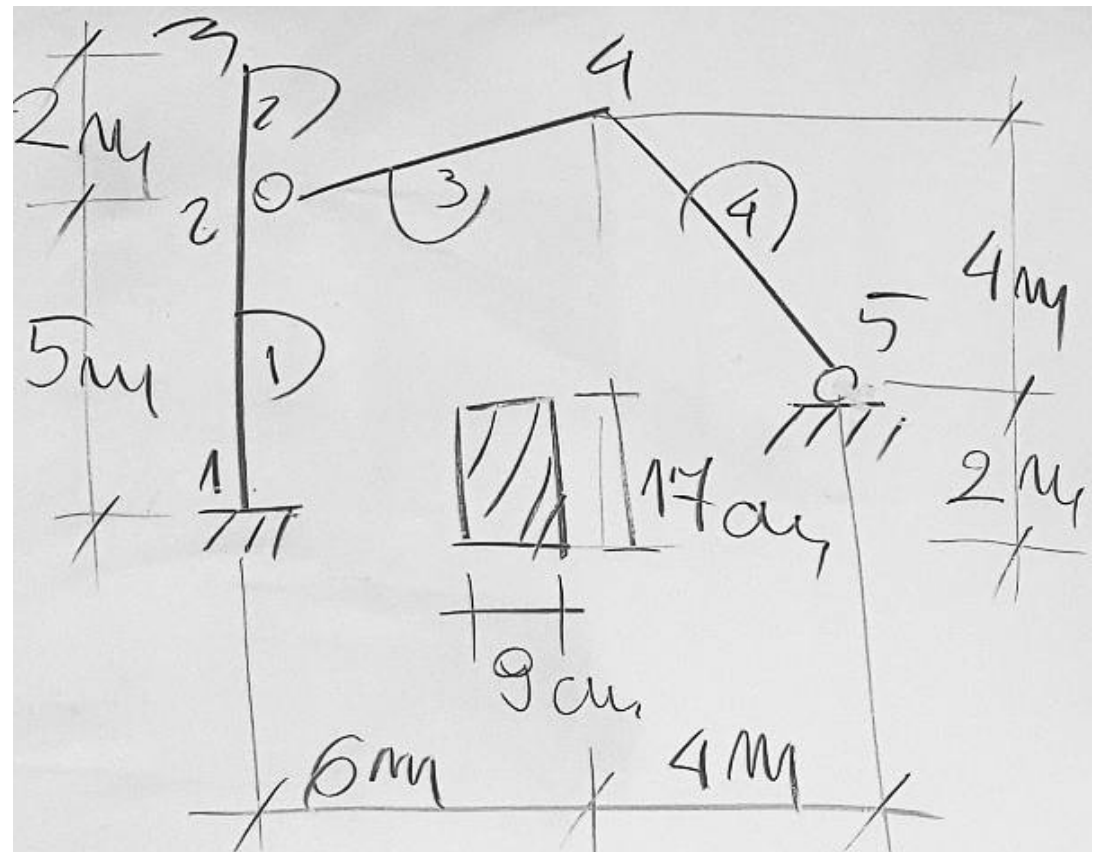
Układ bloków macierzy sztywności elementu

$$K = \begin{bmatrix} A & C \\ C^T & B \end{bmatrix}$$

Warunki brzegowe (podporowe)

$$u_{X1} = 0 \quad u_{Y1} = 0 \quad \varphi_1 = 0$$

$$u_{X5} = 0 \quad u_{Y5} = 0$$



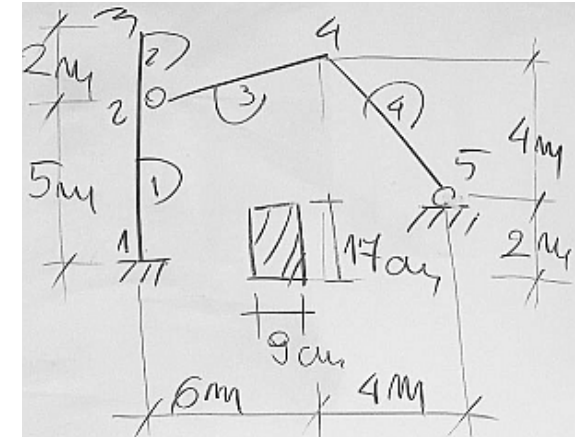
Element "1" - Bloki macierzy elementu bez przegubów

$$Lx := 0 \text{ m} = 0 \text{ m} \quad Ly := 5 \text{ m} = 5 \text{ m} \quad L := \sqrt{(Lx)^2 + (Ly)^2} = 5.000000 \text{ m}$$

$$A := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 82620 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 95.509 \frac{1}{m} & 238.77 \\ 0 & 238.77 & 795.91 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$

$$B := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 82620 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 95.509 \frac{1}{m} & -238.77 \\ 0 & -238.77 & 795.91 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$

$$C := \begin{bmatrix} \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{2 EJ}{L} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} -82620 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & -95.509 \frac{1}{m} & 238.77 \\ 0 & -238.77 & 397.95 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$



Element "2" - Bloki macierzy elementu bez przegubów

$$Lx := 0 \text{ m}$$

$$Ly := 2 \text{ m}$$

$$L := \sqrt{(Lx)^2 + (Ly)^2} = 2.000000 \text{ m}$$

$$A := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

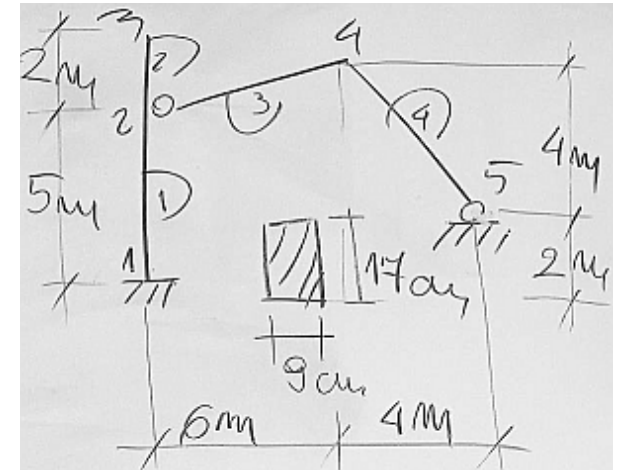
$$A = \begin{bmatrix} 206550 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 1492.3 \frac{1}{m} & 1492.3 \\ 0 & 1492.3 & 1989.8 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$

$$B := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 206550 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 1492.3 \frac{1}{m} & -1492.3 \\ 0 & -1492.3 & 1989.8 \text{ m} \end{bmatrix} \frac{\text{kN}}{m}$$

$$C := \begin{bmatrix} \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{2 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -206550 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & -1492.3 \frac{1}{m} & 1492.3 \\ 0 & -1492.3 & 994.88 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$



Element "3" - Bloki macierzy elementu z przegubem w węźle początkowym

$$Lx := 6 \text{ m}$$

$$Ly := 1 \text{ m}$$

$$L := \sqrt{(Lx)^2 + (Ly)^2} = 6.082763 \text{ m}$$

$$A := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

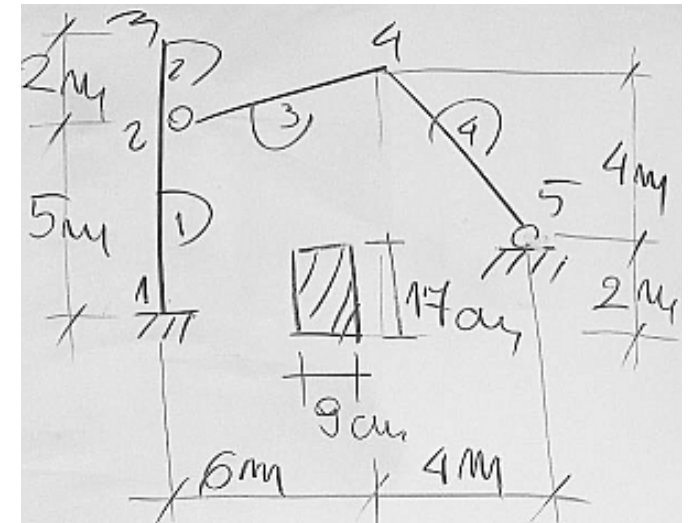
$$A = \begin{bmatrix} 67913 & 0 & 0 \\ 0 & 13.261 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$B := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & \frac{-3 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-3 EJ}{L^2} & \frac{3 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 67913 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 13.261 \frac{1}{m} & -80.666 \\ 0 & -80.666 & 490.67 \text{ m} \end{bmatrix} kN$$

$$C := \begin{bmatrix} \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-3 EJ}{L^3} & \frac{3 EJ}{L^2} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -67913 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & -13.261 \frac{1}{m} & 80.666 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} kN$$



Element "4" - Bloki macierzy elementu bez przegubów

$$Lx := 4 \text{ m}$$

$$Ly := -4 \text{ m}$$

$$L := \sqrt{(Lx)^2 + (Ly)^2} = 5.656854 \text{ m}$$

$$A := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 73026 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 65.952 \frac{1}{m} & 186.54 \\ 0 & 186.54 & 703.49 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$

$$B := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 73026 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 65.952 \frac{1}{m} & -186.54 \\ 0 & -186.54 & 703.49 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$

$$C := \begin{bmatrix} \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{2 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -73026 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & -65.952 \frac{1}{m} & 186.54 \\ 0 & -186.54 & 351.74 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$

