

Układ bloków macierzy sztywności elementu

$$K = \begin{bmatrix} A & C \\ C^T & B \end{bmatrix}$$

Macierz elementu bez przegubów

$$K = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} & 0 & \frac{-12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} & 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{2 EJ}{L} \\ \frac{-EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} & 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{2 EJ}{L} & 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

Macierz elementu z przegubem w węźle początkowym

$$K = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & 0 & 0 & \frac{-3 EJ}{L^3} & \frac{3 EJ}{L^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-3 EJ}{L^3} & 0 & 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & \frac{-3 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^2} & 0 & 0 & \frac{-3 EJ}{L^2} & \frac{3 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

Macierz elementu z przegubem w węźle końcowym

$$K = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & \frac{3 EJ}{L^2} & 0 & \frac{-3 EJ}{L^3} & 0 \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^2} & \frac{3 EJ}{L} & 0 & \frac{-3 EJ}{L^2} & 0 \\ \frac{-EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-3 EJ}{L^3} & \frac{-3 EJ}{L^2} & 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Wyznaczyć składowe macierzy sztywności elementów ramy płaskiej.
 Podać postacie bloków A, B i C macierzy sztywności w lokalnym układzie współrzędnych z dokładnością do 5-ciu miejsc znaczących

$$E := 27 \text{ GPa} \quad b := 10 \text{ cm} \quad h := 18 \text{ cm}$$

$$J := \frac{b \cdot h^3}{12} = 4860.000 \text{ cm}^4 \quad A := b \cdot h = 180.000 \text{ cm}^2$$

$$EJ := E \cdot J$$

$$EA := E \cdot A$$

$$EJ = 1312.200 \text{ kN} \cdot \text{m}^2 \quad EA = 486000.000 \text{ kN}$$

Układ bloków macierzy sztywności elementu

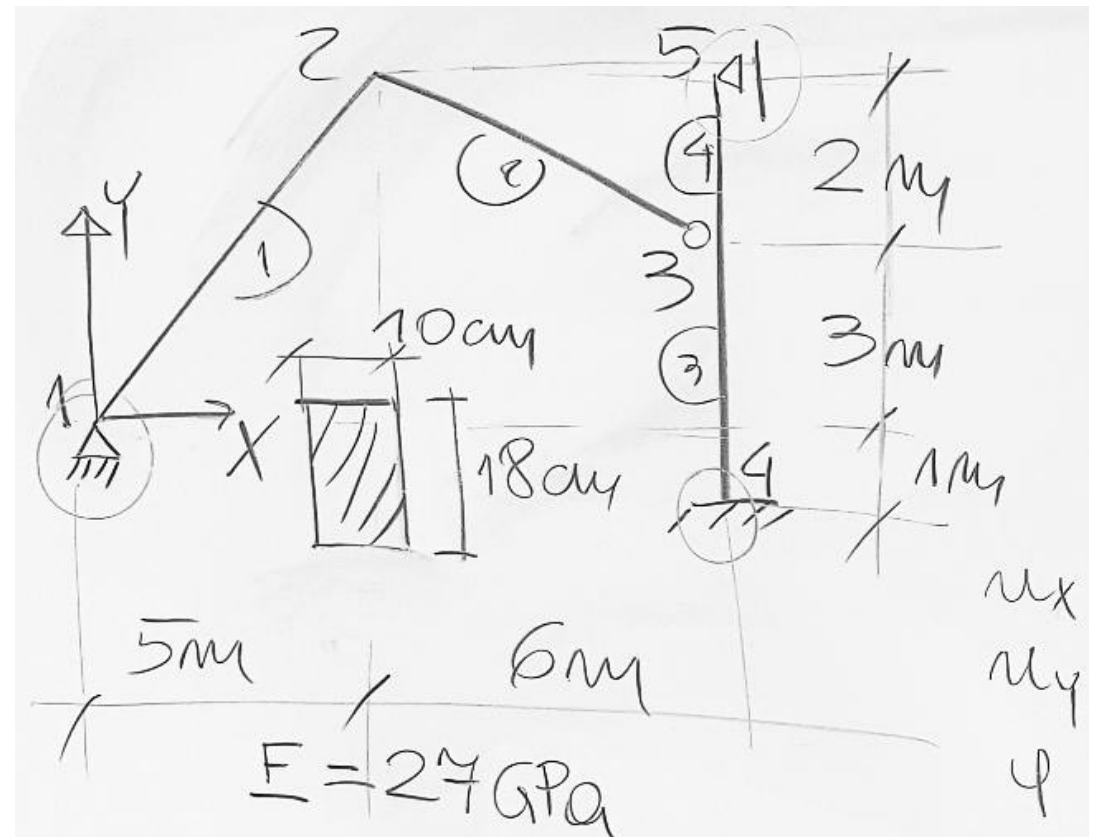
$$K = \begin{bmatrix} A & C \\ C^T & B \end{bmatrix}$$

Warunki brzegowe (podporowe)

$$u_{X1} = 0 \quad u_{Y1} = 0$$

$$u_{X4} = 0 \quad u_{Y4} = 0 \quad \varphi_4 = 0$$

$$u_{X5} = 0$$



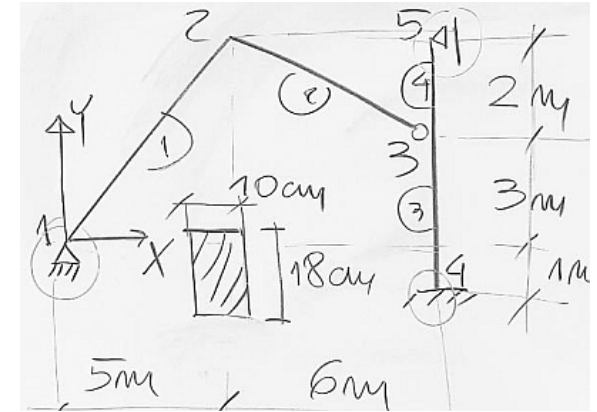
Element "1" - Bloki macierzy elementu bez przegubów

$$Lx := 5 \text{ m} = 5 \text{ m} \quad Ly := 5 \text{ m} = 5 \text{ m} \quad L := \sqrt{(Lx)^2 + (Ly)^2} = 7.071068 \text{ m}$$

$$A := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 68731 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 44.538 \frac{1}{m} & 157.46 \\ 0 & 157.46 & 742.29 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$

$$B := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 68731 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 44.538 \frac{1}{m} & -157.46 \\ 0 & -157.46 & 742.29 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$

$$C := \begin{bmatrix} \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{2 EJ}{L} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} -68731 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & -44.538 \frac{1}{m} & 157.46 \\ 0 & -157.46 & 371.15 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$



Element "2" - Bloki macierzy elementu z przegubem w węźle końcowym

$$Lx := 6 \text{ m} \quad Ly := -2 \text{ m} \quad L := \sqrt{(Lx)^2 + (Ly)^2} = 6.324555 \text{ m}$$

$$A := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & \frac{3 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^2} & \frac{3 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

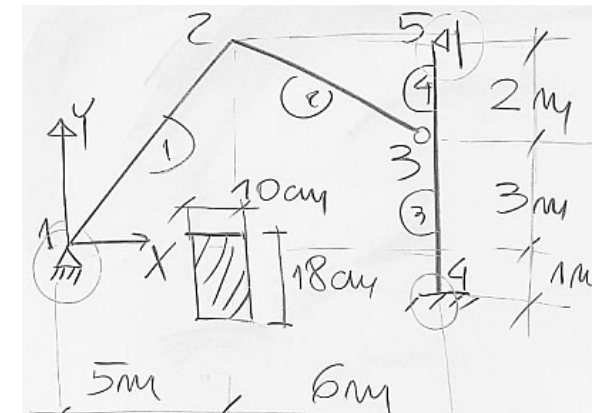
$$A = \begin{bmatrix} 76843 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 15.561 \frac{1}{m} & 98.415 \\ 0 & 98.415 & 622.43 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$

$$B := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3 EJ}{L^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 76843 & 0 & 0 \\ 0 & 15.561 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{\text{kN}}{m}$$

$$C := \begin{bmatrix} \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-3 EJ}{L^3} & 0 \\ 0 & \frac{-3 EJ}{L^2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -76843 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & -15.561 \frac{1}{m} & 0 \\ 0 & -98.415 & 0 \end{bmatrix} \text{ kN}$$



Element "3" - Bloki macierzy elementu bez przegubów

$$Lx := 0 \text{ m}$$

$$Ly := -4 \text{ m}$$

$$L := \sqrt{(Lx)^2 + (Ly)^2} = 4.000000 \text{ m}$$

$$A := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

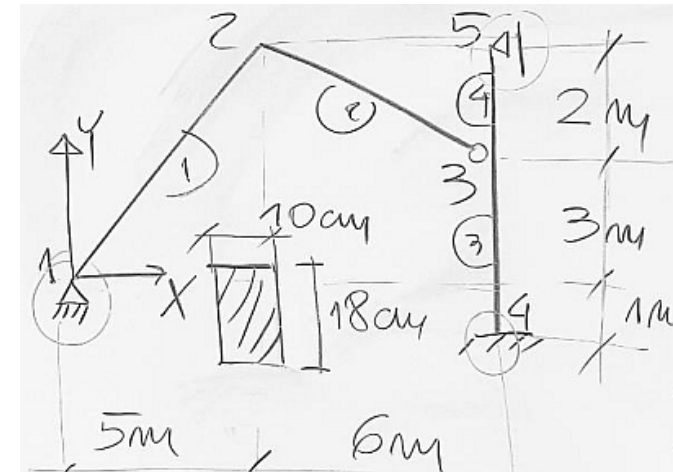
$$A = \begin{bmatrix} 121500 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 246.04 \frac{1}{m} & 492.08 \\ 0 & 492.08 & 1312.2 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$

$$B := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 121500 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 246.04 \frac{1}{m} & -492.08 \\ 0 & -492.08 & 1312.2 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$

$$C := \begin{bmatrix} \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{2 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -121500 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & -246.04 \frac{1}{m} & 492.08 \\ 0 & -492.08 & 656.10 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$



Element "4" - Bloki macierzy elementu bez przegubów

$$Lx := 0 \text{ m}$$

$$Ly := 2 \text{ m}$$

$$L := \sqrt{(Lx)^2 + (Ly)^2} = 2.000000 \text{ m}$$

$$A := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 243000 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 1968.3 \frac{1}{m} & 1968.3 \\ 0 & 1968.3 & 2624.4 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$

$$B := \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{L^3} & \frac{-6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{4 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 243000 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 1968.3 \frac{1}{m} & -1968.3 \\ 0 & -1968.3 & 2624.4 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$

$$C := \begin{bmatrix} \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12 EJ}{L^3} & \frac{6 EJ}{L^2} \\ 0 & \frac{-6 EJ}{L^2} & \frac{2 EJ}{L} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -243000 \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & -1968.3 \frac{1}{m} & 1968.3 \\ 0 & -1968.3 & 1312.2 \text{ m} \end{bmatrix} \text{ kN}$$

