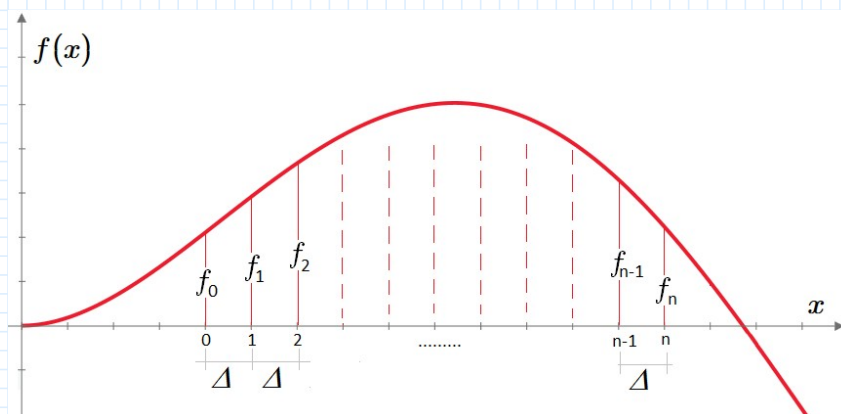


Kwadratura Simpsona korzysta z aproksymacji funkcji $f(x)$ wielomianem 2 stopnia.
W obszarze 2 pasm o szerokości Δ wzór tej kwadratury ma postać:

$$\int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} f(x) dx \approx \frac{\Delta}{3} (f_{i-1} + 4f_i + f_{i+1})$$

- Należy przekształcić ten wzór do formy, która jest wygodniejsza do obliczeń przy podziale przedziału całkowania na n pasm, zakładając $n \gg 2$. Jaki warunek powinna spełniać wartość n aby zastosowanie tego wzoru było możliwe?



Dla liczby przedziałów $n > 2$ mamy:

Uwaga! n musi być liczbą parzystą!

$$C_S = \frac{\Delta}{3} \left[(f_0 + 4f_1 + f_2) + (f_2 + 4f_3 + f_4) + (f_4 + 4f_5 + f_6) \dots (f_{n-2} + 4f_{n-1} + f_n) \right]$$

Sumując wartości funkcji o parzystych indeksach otrzymamy wygodną do obliczeń formę tego wzoru:

$$C_S = \frac{\Delta}{3} \left[f_0 + f_n + 4 \left(\sum_{i=1,3,\dots,n-1} f_i \right) + 2 \left(\sum_{j=2,4,\dots,n-2} f_j \right) \right]$$

W przypadku metody trapezów mamy aproksymację liniową, więc w obszarze jednego pasma o szerokości Δ otrzymamy:

$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) dx \approx \frac{\Delta}{2} (f_i + f_{i+1})$$

Sumowanie n pasm daje wygodny do obliczeń wzór kwadratury:

$$C_T = \Delta \left[\frac{f_0 + f_n}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} f_i \right]$$

$$\text{ORIGIN} := 0 \quad f(x) := x^{0.7} \cdot \cos(x) \quad a := 0 \quad b := 1.5 \quad n := 10 \quad \Delta := \frac{b-a}{n} = 0.15$$

$$i := 0..n \quad y_i := f(a + i \cdot \Delta)$$



Wzór Simpsona ----> $i := 1, 3..n-1 \quad j := 2, 4..n-2 \quad C_S := \frac{\Delta}{3} \left(y_0 + y_n + 4 \sum_i y_i + 2 \sum_j y_j \right) = 0.6344992$

Wzór trapezów ----> $C_T := \Delta \left(\frac{y_0 + y_n}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} y_i \right) = 0.6277173$

Różnica wartości otrzymanych za pomocą tych kwadratur wynosi: $C_S - C_T = 6.7818532 \cdot 10^{-3}$