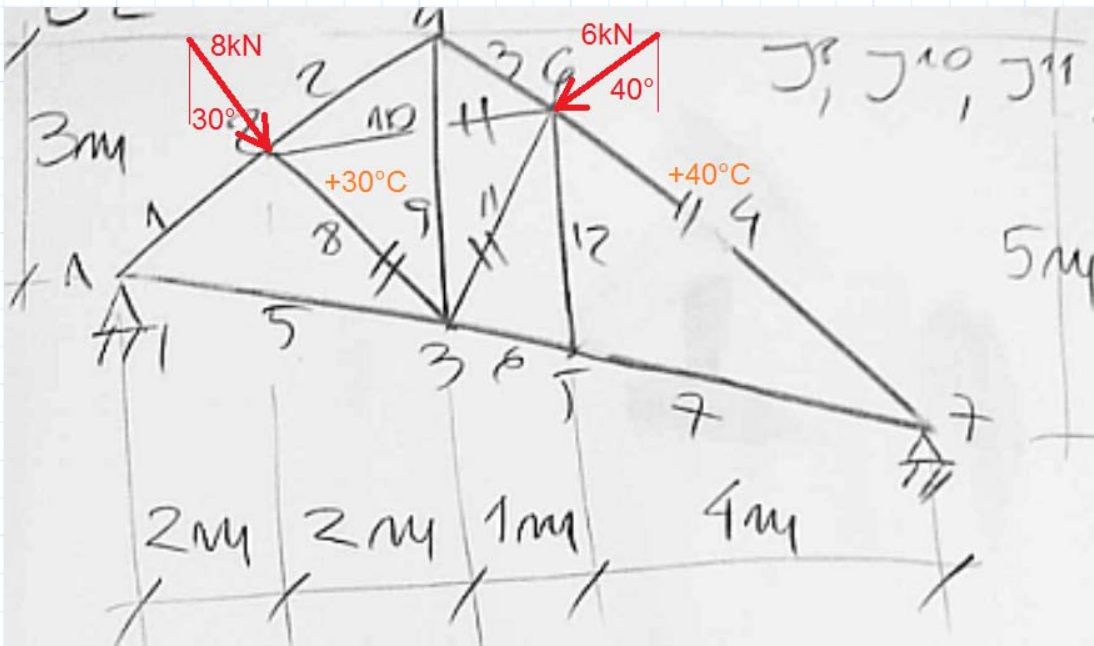


ORIGIN := 1



$E := 12 \text{ GPa}$ - moduł Younga materiału

$\alpha t := 10^{-5}$ - współczynnik rozszerzalności cieplnej materiału

Parametry przekroju poprzecznego

- $D1 := 70 \text{ mm}$ $g1 := 3 \text{ mm}$ “-rura, przekrój A1”
- $D2 := 60 \text{ mm}$ $g2 := 3 \text{ mm}$ “-rura, przekrój A2”
- $D3 := 50 \text{ mm}$ $g3 := 3 \text{ mm}$ “-rura, przekrój A3”

$A1 := \pi \cdot g1 \cdot (D1 - g1)$ $A1 = 6.315 \text{ cm}^2$
 $A2 := \pi \cdot g2 \cdot (D2 - g2)$ $A2 = 5.372 \text{ cm}^2$
 $A3 := \pi \cdot g3 \cdot (D3 - g3)$ $A3 = 4.430 \text{ cm}^2$

Węzły początkowe i końcowe elementów Przekroje elementów

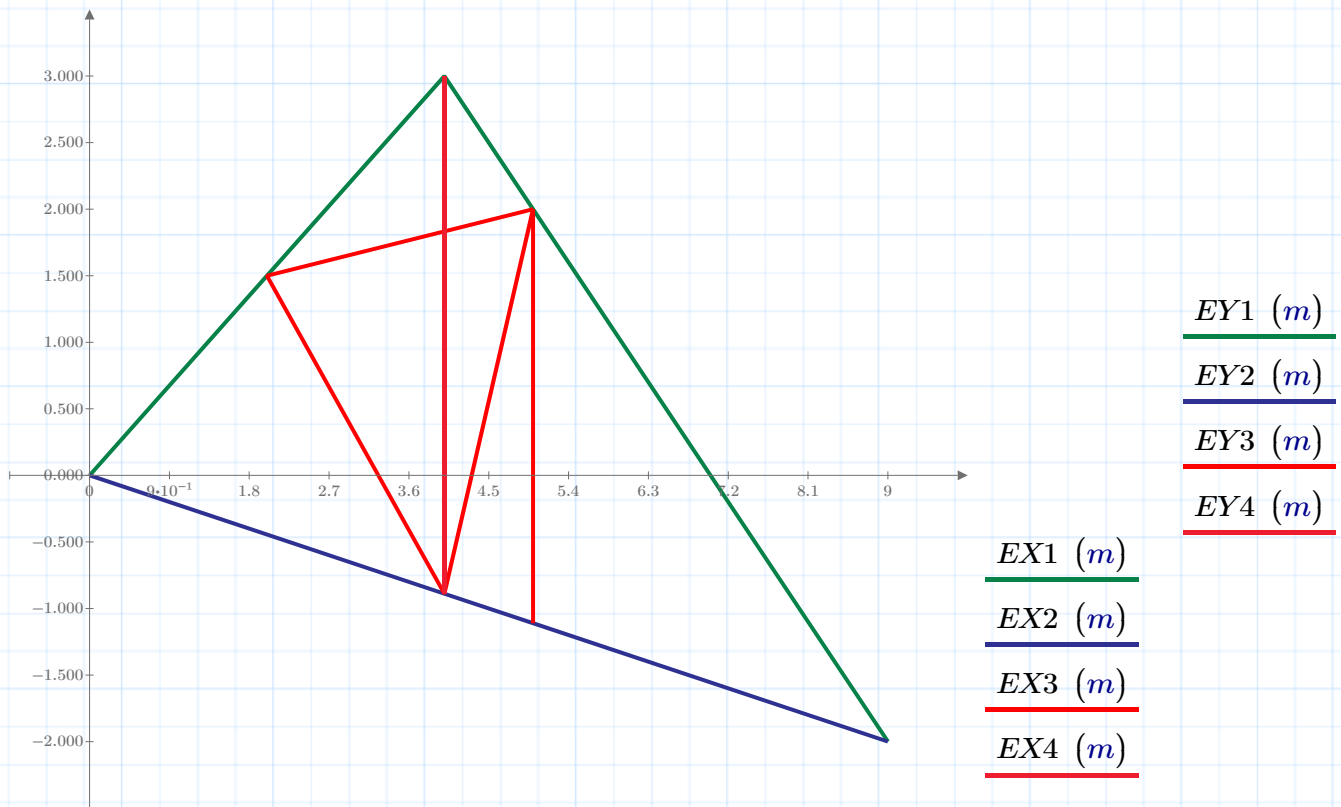
Współrzędne węzłów

$$X := \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 5 \\ 5 \\ 9 \end{bmatrix} \text{ m} \quad Y := \begin{bmatrix} 0 \\ 1.5 \\ -8 \\ 9 \\ 3 \\ -10 \\ 9 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix} \text{ m}$$

$$Wp := \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \\ 6 \\ 1 \\ 3 \\ 3 \\ 5 \\ 2 \\ 3 \\ 6 \\ 3 \\ 6 \end{bmatrix} \quad Wk := \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \\ 7 \\ 3 \\ 5 \\ 7 \\ 3 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$A := \begin{bmatrix} A1 \\ A1 \\ A1 \\ A1 \\ A2 \\ A2 \\ A2 \\ A2 \\ A3 \\ A3 \\ A3 \\ A3 \\ A3 \end{bmatrix} \quad T := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 40 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 30 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$Lss := 2$
 $Le := \text{rows}(Wp)$
 $Lr := \text{rows}(X) \cdot Lss$



$e := 1..Le$ - główna pętla po elementów kratownicy

Macierze sztywności elementów kratownicy

$$Lx_e := X_{Wk_e} - X_{Wp_e} \quad Ly_e := Y_{Wk_e} - Y_{Wp_e} \quad L_e := \sqrt{Lx_e^2 + Ly_e^2}$$

$$J_e := \frac{E \cdot A_e}{L_e^3} \cdot \begin{bmatrix} Lx_e^2 & Lx_e \cdot Ly_e \\ Lx_e \cdot Ly_e & Ly_e^2 \end{bmatrix}$$

$$J_1 = \begin{bmatrix} 1939.8 & 1454.9 \\ 1454.9 & 1091.2 \end{bmatrix} \frac{kN}{m} \quad J_2 = \begin{bmatrix} 1939.8 & 1454.9 \\ 1454.9 & 1091.2 \end{bmatrix} \frac{kN}{m} \quad J_3 = \begin{bmatrix} 2679.1 & -2679.1 \\ -2679.1 & 2679.1 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$J_4 = \begin{bmatrix} 669.8 & -669.8 \\ -669.8 & 669.8 \end{bmatrix} \frac{kN}{m} \quad J_5 = \begin{bmatrix} 1499.2 & -333.2 \\ -333.2 & 74 \end{bmatrix} \frac{kN}{m} \quad J_6 = \begin{bmatrix} 5996.9 & -1332.6 \\ -1332.6 & 296.1 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$J_7 = \begin{bmatrix} 1499.2 & -333.2 \\ -333.2 & 74 \end{bmatrix} \frac{kN}{m} \quad J_8 = \begin{bmatrix} 703.1 & -839.8 \\ -839.8 & 1003.1 \end{bmatrix} \frac{kN}{m} \quad J_9 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1366.9 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$J_{10} = \begin{bmatrix} 1700.5 & 283.4 \\ 283.4 & 47.2 \end{bmatrix} \frac{kN}{m} \quad J_{11} = \begin{bmatrix} 186.1 & 537.5 \\ 537.5 & 1552.7 \end{bmatrix} \frac{kN}{m} \quad J_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1708.6 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

Agregacja, czyli dodawanie bloków macierzy sztywności elementów do macierzy globalnej

$$K_{Lr, Lr} := 0 \frac{kN}{m} \quad - \text{tworzenie zerowej macierzy globalnej}$$

$$n_e := Lss \cdot (Wp_e - 1) \quad - \text{numery stopni swobody węzłów początkowych}$$

$$k_e := Lss \cdot (Wk_e - 1) \quad - \text{numery stopni swobody węzłów końcowych}$$

$$i := 1 .. Lss \quad j := 1 .. Lss \quad - \text{pętla po wierszach i kolumnach macierzy } \mathbf{J}$$

Blok górny lewy

$$K_{n_e+i, n_e+j} := K_{n_e+i, n_e+j} + (J_e)_{i,j}$$

Blok górny prawy

$$K_{n_e+i, k_e+j} := K_{n_e+i, k_e+j} - (J_e)_{i,j}$$

Blok dolny lewy

$$K_{k_e+i, n_e+j} := K_{k_e+i, n_e+j} - (J_e)_{i,j}$$

Blok dolny prawy

$$K_{k_e+i, k_e+j} := K_{k_e+i, k_e+j} + (J_e)_{i,j}$$

$$K = \begin{bmatrix} 3439.1 & 1121.7 & -1939.8 & -1454.9 & -1499.2 & 333.2 & 0.0 & 0.0 \\ 1121.7 & 1165.2 & -1454.9 & -1091.2 & 333.2 & -74.0 & 0.0 & 0.0 \\ -1939.8 & -1454.9 & 6283.3 & 2353.4 & -703.1 & 839.8 & -1939.8 & -1454.9 \\ -1454.9 & -1091.2 & 2353.4 & 3232.6 & 839.8 & -1003.1 & -1454.9 & -1091.2 \\ -1499.2 & 333.2 & -703.1 & 839.8 & 8385.2 & -1968.1 & 0.0 & 0.0 \\ 333.2 & -74.0 & 839.8 & -1003.1 & -1968.1 & 4292.8 & 0.0 & -1366.9 \\ 0.0 & 0.0 & -1939.8 & -1454.9 & 0.0 & 0.0 & 4618.9 & -1224.2 \\ 0.0 & 0.0 & -1454.9 & -1091.2 & 0.0 & -1366.9 & -1224.2 & 5137.1 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -5996.9 & 1332.6 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1332.6 & -296.1 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & -1700.5 & -283.4 & -186.1 & -537.5 & -2679.1 & 2679.1 \\ 0.0 & 0.0 & -283.4 & -47.2 & -537.5 & -1552.7 & 2679.1 & -2679.1 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \dots \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$\left| K \cdot \frac{m}{kN} \right| = 0.984$$

Tworzenie zerowego wektora obciążeń

$$pP_{Lr} := 0 \text{ kN}$$

$$pP_3 := 8 \text{ kN} \cdot \sin(30 \text{ deg})$$

Wstawianie sił węzłowych do wektora pP

$$pP_4 := -8 \text{ kN} \cdot \cos(30 \text{ deg})$$

$$pP_{11} := -6 \text{ kN} \cdot \sin(40 \text{ deg})$$

$$pP_{12} := -6 \text{ kN} \cdot \cos(40 \text{ deg})$$

Tworzenie zerowego wektora obciążeń termicznych

$$pT_{Lr} := 0 \text{ kN}$$

Tworzenie wektorów obciążeń termicznych elementów

$$t_e := \frac{E \cdot A_e \cdot \alpha t \cdot T_e}{L_e} \cdot \begin{bmatrix} Lx_e \\ Ly_e \end{bmatrix}$$

Agregacja wektora obciążeń termicznych

$$i := 1 .. Lss$$

$$pT_{n_e+i} := pT_{n_e+i} + (t_e)_i$$

Uwzględnianie warunków brzegowych

$$K0 := K \quad p0 := pP - pT$$

$$s := \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 13 \\ 14 \end{bmatrix}$$

$$i := 1 .. \text{rows}(s) \quad j := 1 .. Lr$$

$$K0_{s_i, j} := 0 \frac{kN}{m} \quad p0_{s_i} := 0 \text{ kN}$$

$$K0_{s_i, s_i} := 1 \frac{kN}{m}$$

$$\left| K0 \cdot \frac{m}{kN} \right| = 3.396 \cdot 10^{34}$$

Rozwiązanie układu równań

$$u := K0^{-1} \cdot p0$$

$$u = \begin{bmatrix} 0.000 \\ -0.000 \\ 1.537 \\ -7.024 \\ -0.739 \\ -6.510 \\ -0.838 \\ -4.784 \\ -0.786 \\ -6.082 \\ -2.639 \\ -6.082 \\ 0.000 \\ 0.000 \end{bmatrix} \text{ mm}$$

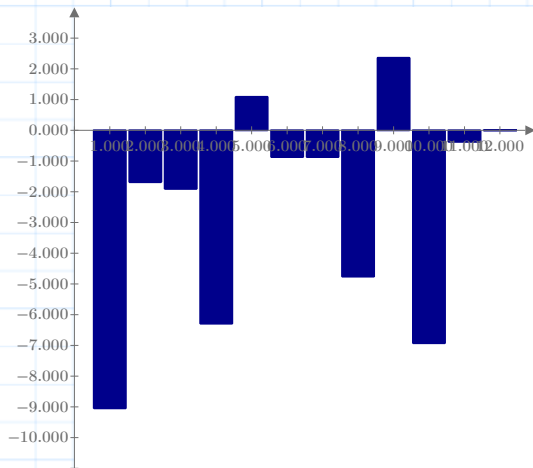
Obliczanie reakcji

$$r := K \cdot u - pP + pT$$

$$r = \begin{bmatrix} 6.178 \\ 5.664 \\ -0.000 \\ 0.000 \\ 0.000 \\ 0.000 \\ 0.000 \\ -0.000 \\ -0.000 \\ 0.000 \\ -0.000 \\ -0.000 \\ -3.154 \\ 2.494 \end{bmatrix} \text{ kN}$$

Obliczanie sił wewnętrznych

$$N_e := \frac{E \cdot A_e}{L_e^2} \cdot \left(\left(u_{Wk_e \cdot 2-1} - u_{Wp_e \cdot 2-1} \right) \cdot Lx_e + \left(u_{Wk_e \cdot 2} - u_{Wp_e \cdot 2} \right) \cdot Ly_e \right) - E \cdot A_e \cdot \alpha t \cdot T_e$$



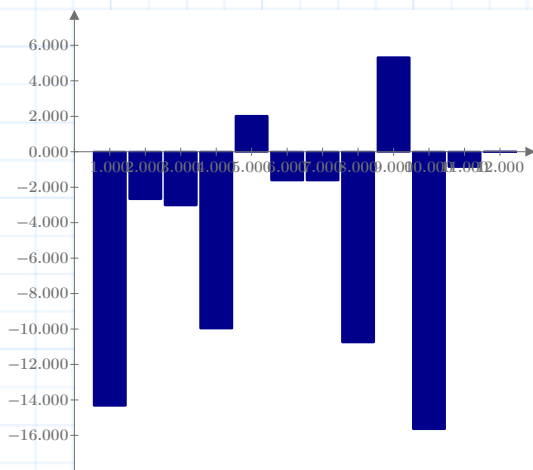
N_e (kN)

$$N = \begin{bmatrix} -9.048 \\ -1.685 \\ -1.907 \\ -6.292 \\ 1.086 \\ -0.869 \\ -0.869 \\ -4.760 \\ 2.359 \\ -6.929 \\ -0.377 \\ 0.000 \end{bmatrix} \text{ kN}$$

e

Obliczanie naprężeń

$$\sigma_e := \frac{E}{L_e^2} \cdot \left(\left(u_{Wk_e \cdot 2-1} - u_{Wp_e \cdot 2-1} \right) \cdot Lx_e + \left(u_{Wk_e \cdot 2} - u_{Wp_e \cdot 2} \right) \cdot Ly_e \right) - E \cdot \alpha t \cdot T_e$$



σ_e (MPa)

$$\sigma = \begin{bmatrix} -14.328 \\ -2.669 \\ -3.019 \\ -9.964 \\ 2.022 \\ -1.618 \\ -1.618 \\ -10.746 \\ 5.326 \\ -15.641 \\ -0.851 \\ 0.000 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

e