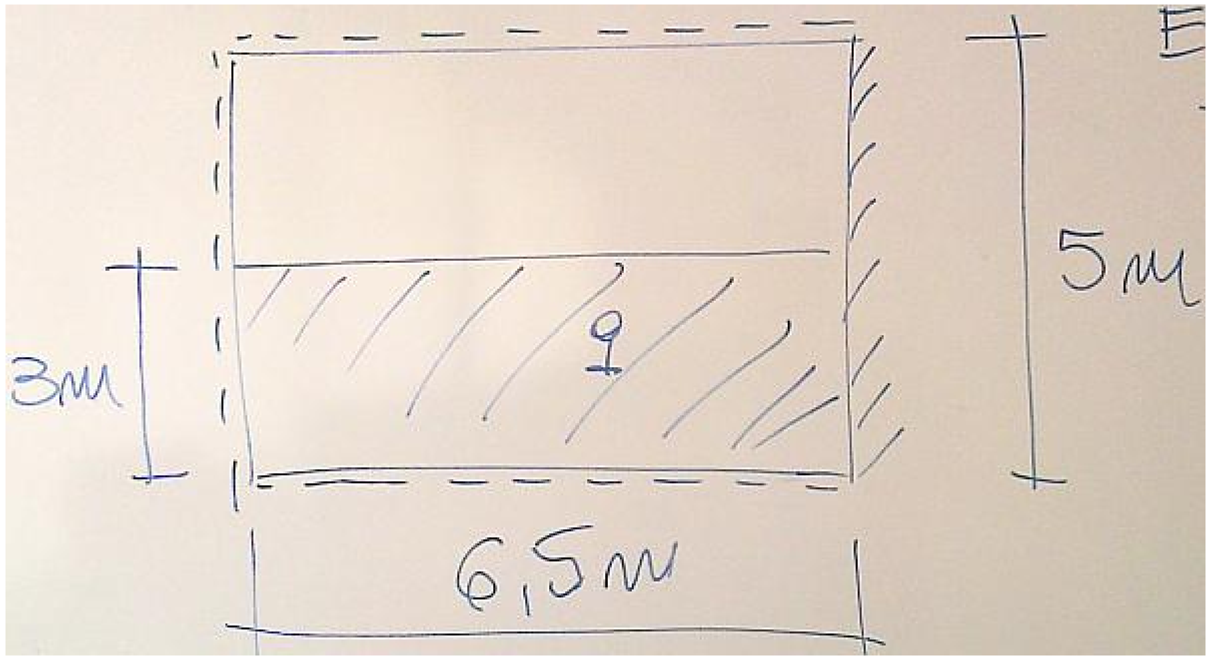
Obliczanie ugięcia płyty podpartej przegubowo na 3 krawędziach a sztywno zamocowanej na 4 krawedzi - schemat b

$ORIGIN := 1$

$E := 18GPa$ $\nu := 0.22$ $h := 9cm$ $Lx := 5m$ $Ly := 6.5m$ $p0 := -7kPa$

$$D0 := \frac{E \cdot h^3}{12\left(1 - \nu^2\right)} = 1149.117 \cdot kN \cdot m$$ *- sztywność płytowa*



Funkcja obciążenia płyty: $q(x) := 1$

Obciążenie ciągłe p0, równomiernie rozłożone na obszarze płyty:
$Lx1 < x < Lx2$, $0 < y < Ly$

$Lx1 := 0m$ $Lx2 := 3m$

Q - wypadkowa obciążenia ciągłego

$$Q0 := p0 \cdot Ly \cdot \left(\int_{Lx1}^{Lx2} q(x)\, dx\right)$$ $Q0 = -136.5 \cdot kN$

Metoda Levy'ego

Rozwinięcie obciążenia w pojedynczy szereg Fouriera

$N := 11 \qquad N0 := 1$

$i := 1 .. N$

$$\alpha_i := \frac{i \cdot \pi}{Lx} \qquad p_i := \frac{2}{Lx} \cdot \left(\int_{Lx1}^{Lx2} p0 \cdot \sin(\alpha_i \cdot x) \, dx \right) \qquad E_i := \frac{p_i}{D0 \cdot (\alpha_i)^4} \qquad \lambda_i := \alpha_i \cdot Ly$$

$p_i =$ (· kPa)

	1
1	-5.833
2	-4.031
3	-0.284
4	-0.770
5	-1.783
6	-0.513
7	-0.122
8	-1.008
9	-0.648
10	0.000
11	-0.530

$E_i =$ (· mm)

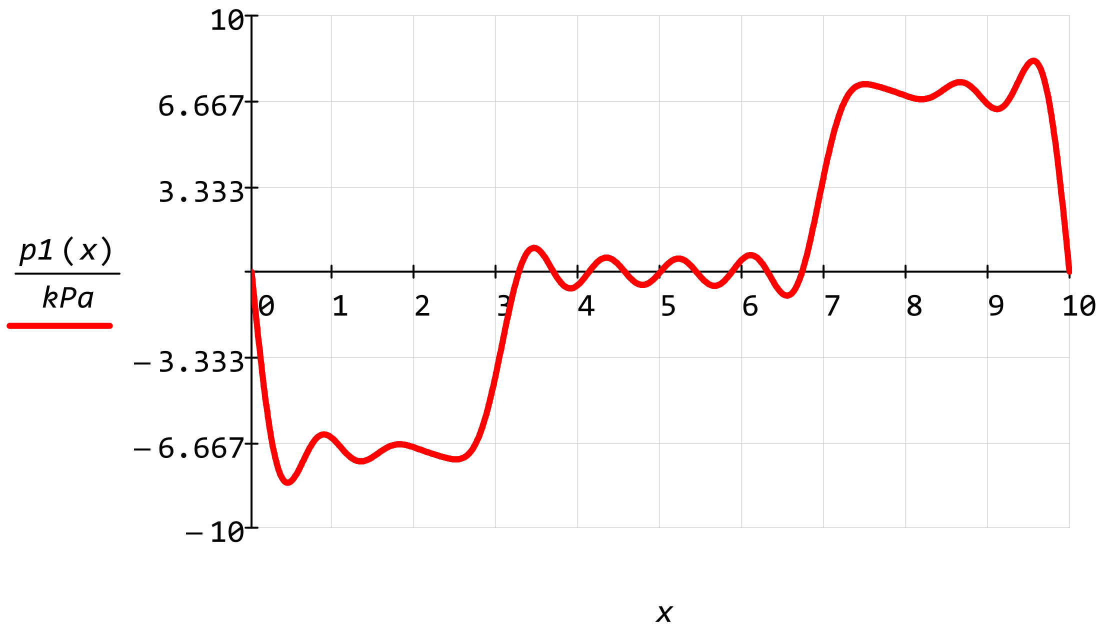
	1
1	-32.571640
2	-1.406653
3	-0.019556
4	-0.016790
5	-0.015925
6	-0.002211
7	-0.000283
8	-0.001374
9	-0.000552
10	0.000000
11	-0.000202

$\lambda_i =$

	1
1	4.084
2	8.168
3	12.252
4	16.336
5	20.420
6	24.504
7	28.588
8	32.673
9	36.757
10	40.841
11	44.925

Obciążenie przybliżone szeregiem Fouriera

$$p1(x) := \sum_i \left(p_i \cdot \sin\left(\alpha_i \cdot x\right)\right)$$



Funkcja ugięcia płyty przybliżona szeregiem Fouriera

$$A_i := -E_i \cdot \frac{1 + \dfrac{\lambda_i \cdot \tanh\left(\lambda_i\right)}{2} - \cosh\left(\lambda_i\right)}{\sinh\left(\lambda_i\right)\left[1 + \left(\lambda_i\right) \cdot \tanh\left(\lambda_i\right) - \dfrac{\lambda_i}{\tanh\left(\lambda_i\right)}\right]}$$

$$B_i := -E_i \qquad D_i := -A_i \qquad C_i := A_i \cdot \tanh\left(\lambda_i\right) + \frac{E_i}{2 \cdot \cosh\left(\lambda_i\right)}$$

$$f(i, y) := A_i \cdot \sinh\left(\alpha_i \cdot y\right) + B_i \cdot \cosh\left(\alpha_i \cdot y\right) + C_i \cdot \alpha_i \cdot y \cdot \sinh\left(\alpha_i \cdot y\right) + D_i \cdot \alpha_i \cdot y \cdot \cosh\left(\alpha_i \cdot y\right)$$

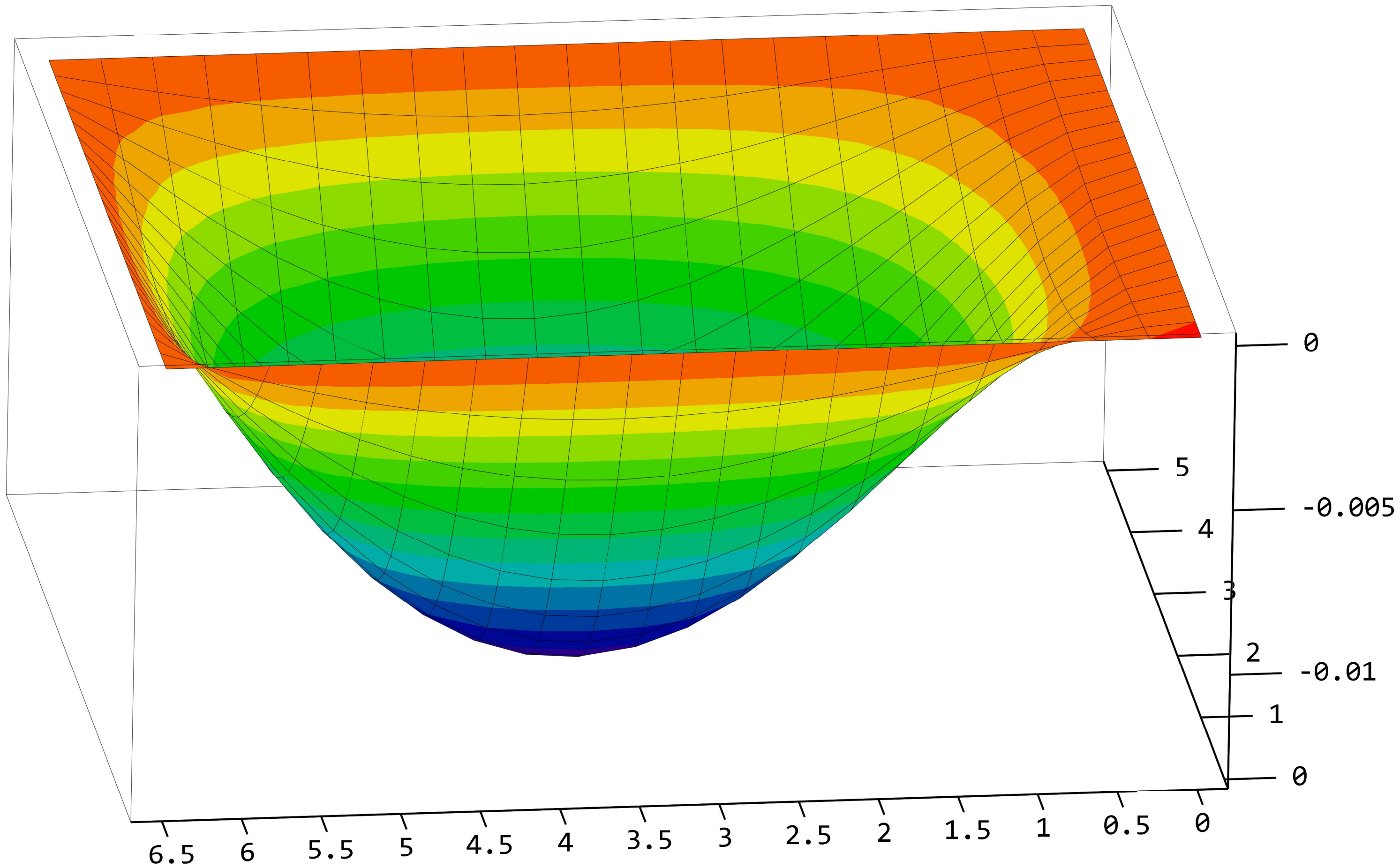
$$f0(i, y) := f(i, y) + E_i$$

Dwa sposoby definicji funkcji ugięcia: w(x,y)=w1(x,y)

$$w1(x, y) := f0(1, y) \cdot \sin\left(\alpha_1 \cdot x\right) \qquad w(x, y) := \sum_{i=1}^{N} \left(f0(i, y) \cdot \sin\left(\alpha_i \cdot x\right)\right)$$

$w1\left(\frac{Lx}{2}, \frac{Ly}{2}\right) = -12.616 \cdot mm$

$w\left(\frac{Lx}{2}, \frac{Ly}{2}\right) = -12.613 \cdot mm$



w

Poszukiwanie miejsca ekstremalnego ugięcia

$xm := \frac{Lx}{2}$ $ym := \frac{Ly}{2}$

Given

$0 < xm < Lx$ $0 < ym < Ly$

$r := Minimize(w, xm, ym)$

$r =$

	1
1	2.22480
2	3.63009

m

Ekstremalne ugięcie

$w(r_1, r_2) = -13.063 \cdot mm$

Funkcje momentów zginających:

$$f1(i,y) := \alpha_i \cdot \left[A_i \cdot \cosh(\alpha_i \cdot y) + B_i \cdot \sinh(\alpha_i \cdot y) + C_i \cdot \left(\sinh(\alpha_i \cdot y) + \alpha_i \cdot y \cdot \cosh(\alpha_i \cdot y)\right) + D_i \cdot \left(\cosh(\alpha_i \cdot y) + \alpha_i \cdot y \cdot \sinh(\alpha_i \cdot y)\right)\right]$$

$$f2(i,y) := (\alpha_i)^2 \cdot \left[A_i \cdot \sinh(\alpha_i \cdot y) + B_i \cdot \cosh(\alpha_i \cdot y) + C_i \cdot \left(2 \cdot \cosh(\alpha_i \cdot y) + \alpha_i \cdot y \cdot \sinh(\alpha_i \cdot y)\right) + D_i \cdot \left(2 \cdot \sinh(\alpha_i \cdot y) + \alpha_i \cdot y \cdot \cosh(\alpha_i \cdot y)\right)\right]$$

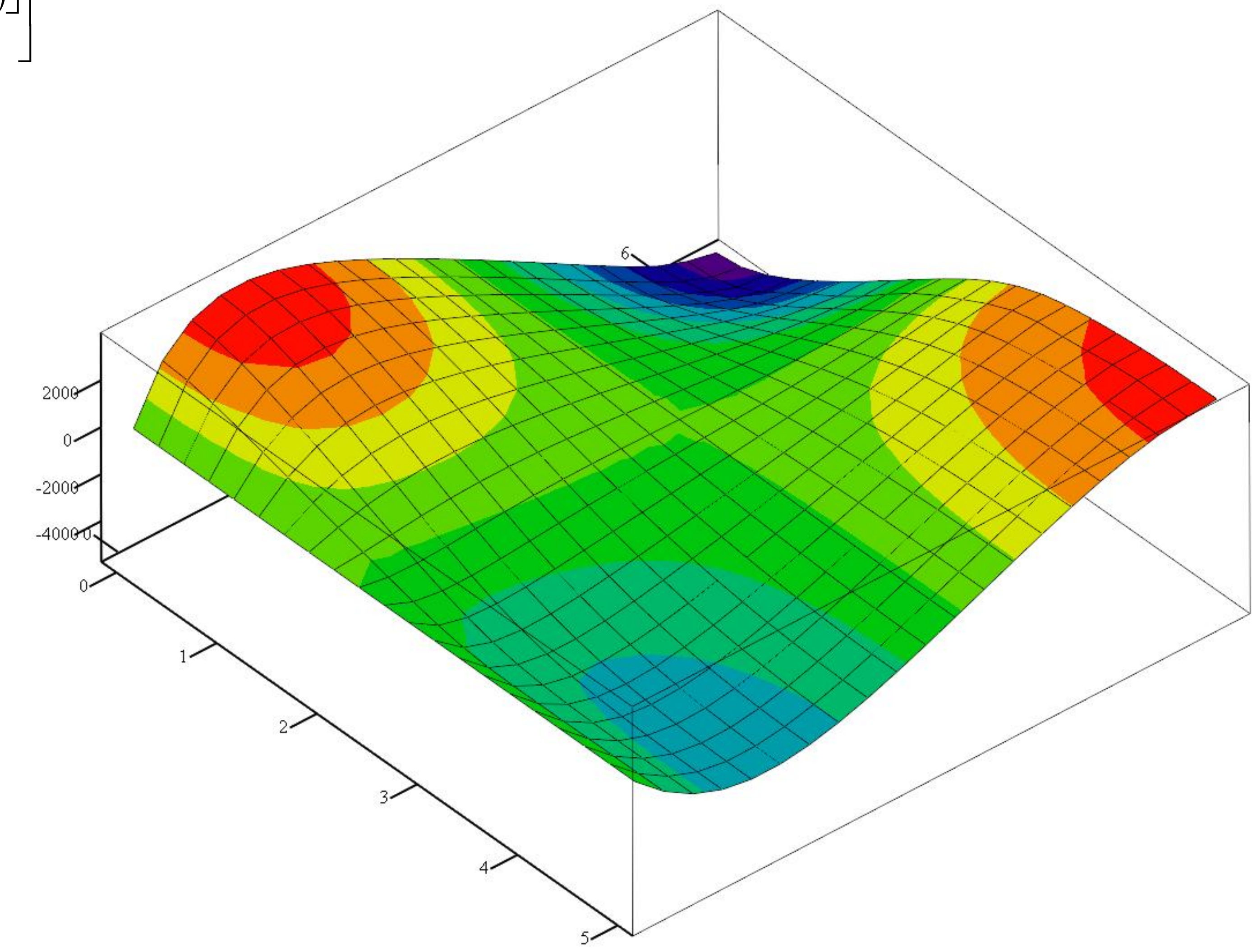
$$Mx(x,y) := D0 \cdot \left[\sum_i \left[\left[(\alpha_i)^2 \cdot f0(i,y) - \nu \cdot f2(i,y)\right] \cdot \sin(\alpha_i \cdot x)\right]\right]$$

$$My(x,y) := D0 \cdot \left[\sum_i \left[\left[\nu \cdot (\alpha_i)^2 \cdot f0(i,y) - f2(i,y)\right] \cdot \sin(\alpha_i \cdot x)\right]\right]$$

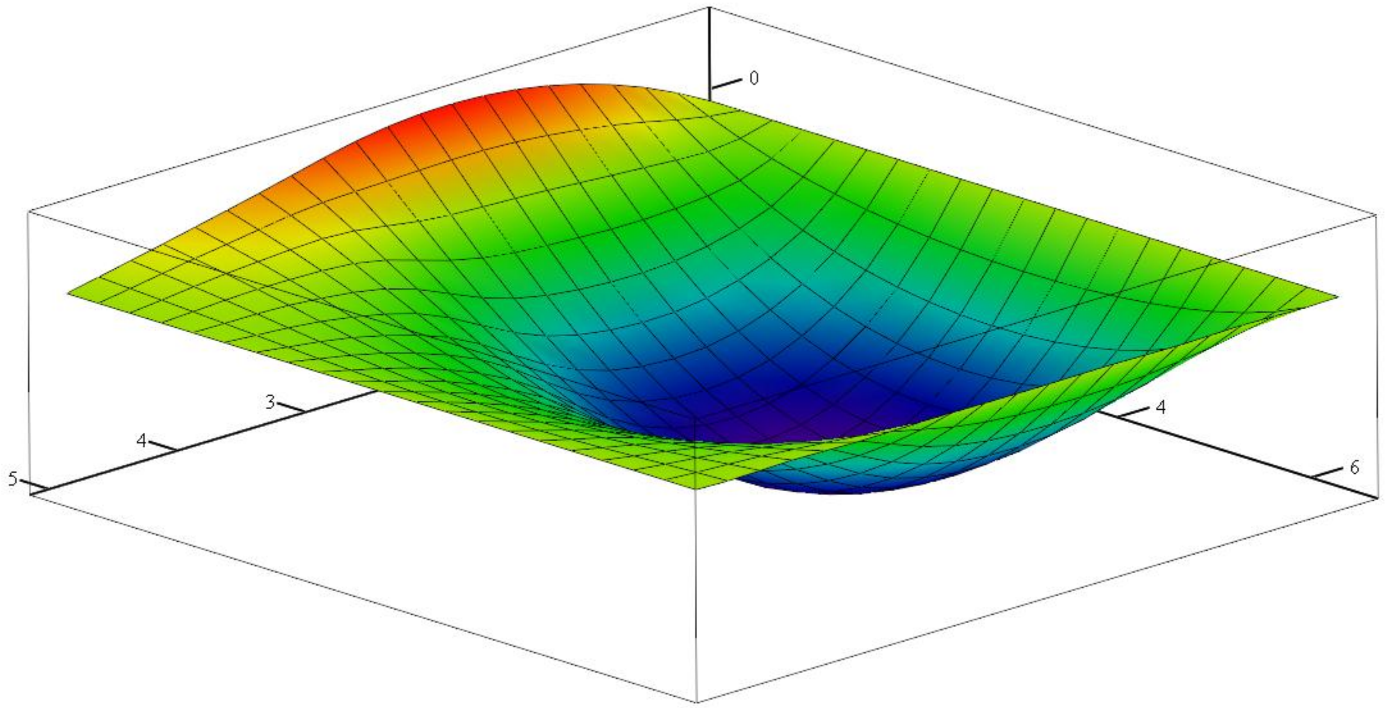
Funkcja momentu skręcającego:

$$Mxy(x,y) := -D0 \cdot (1-\nu) \cdot \left[\sum_i \left(\alpha_i \cdot f1(i,y) \cdot \cos(\alpha_i \cdot x)\right)\right]$$

$$Mxy(Lx, Ly) = 3.34899 \cdot \frac{kN \cdot m}{m}$$

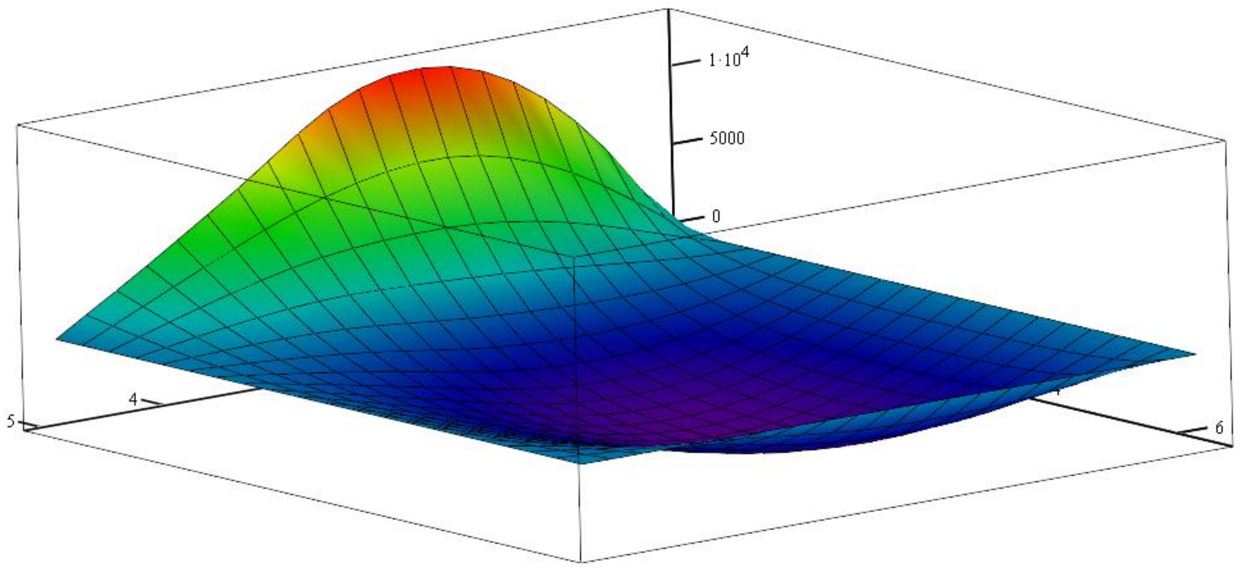


Mxy



$$Mx\left(\frac{Lx}{2}, \frac{Ly}{2}\right) = -6.64302 \cdot \frac{kN \cdot m}{m}$$

Mx



$$My\left(\frac{Lx}{2}, \frac{Ly}{2}\right) = -4.98385 \cdot \frac{kN \cdot m}{m}$$

My