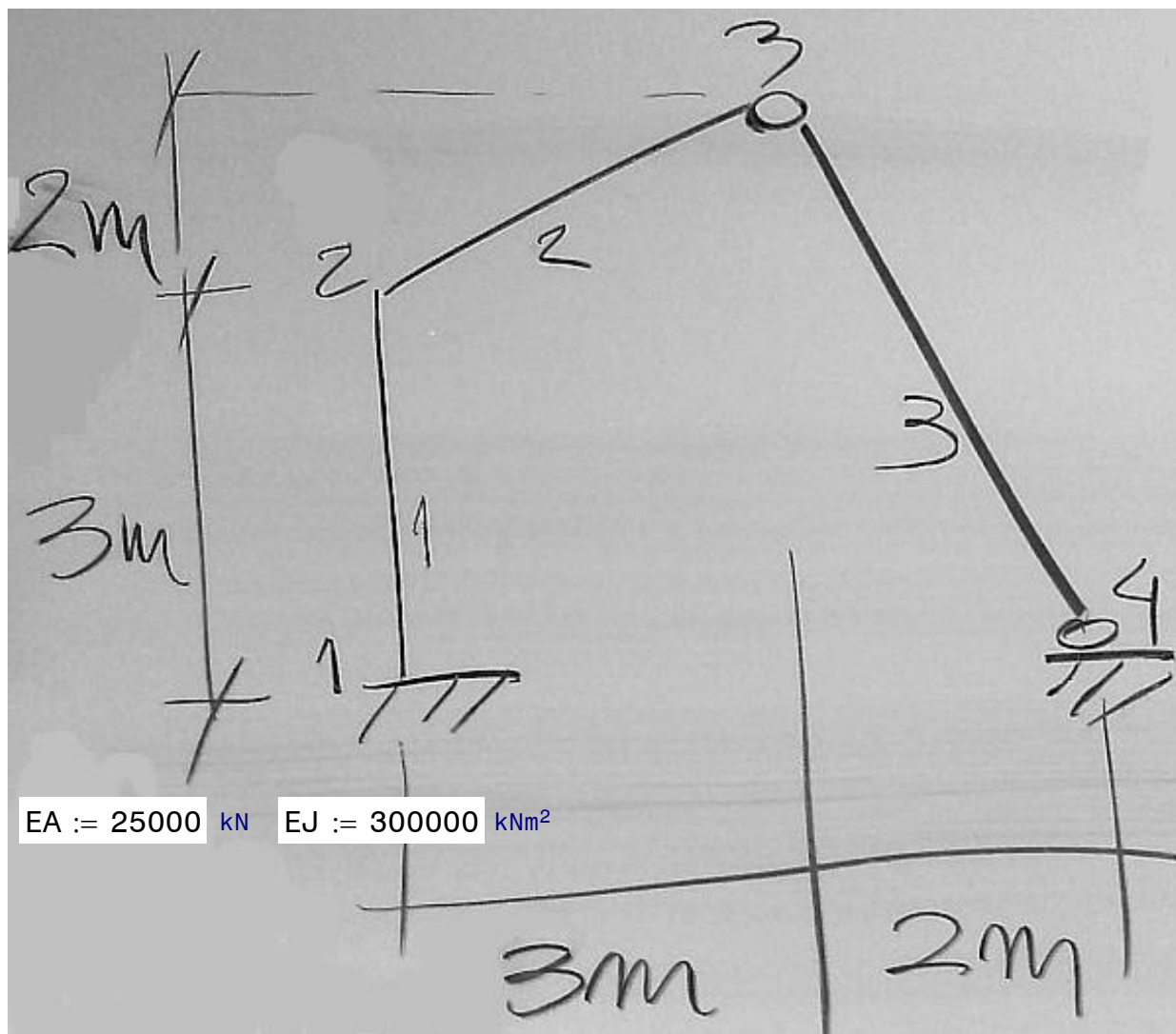


Macierze sztywności elementów ram płaskich - Grupa A



$$K = \begin{pmatrix} A & C \\ C^T & B \end{pmatrix} \quad \text{Układ bloków macierzy sztywności elementu}$$

Schemat globalnej macierzy sztywności konstrukcji

$$K = \begin{bmatrix} A1 & C1 & & \\ C1^T & B1+A2 & C2 & \\ & C2^T & B2+A3 & C3 \\ & & C3^T & B3 \end{bmatrix}$$

Element "1" - bloki macierzy sztywności w lokalnym układzie współrzędnych

$$L_x := 0 \text{ m} \quad L_y := 3 \text{ m} \quad \underline{L} := \sqrt{(L_x)^2 + (L_y)^2} = 3.000000 \text{ m}$$

$$\underline{A} := \begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 12 \frac{EJ}{L^3} & 6 \frac{EJ}{L^2} \\ 0 & 6 \frac{EJ}{L^2} & 4 \frac{EJ}{L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8333 & 0 & 0 \\ 0 & 133333 & 200000 \\ 0 & 200000 & 400000 \end{pmatrix} \text{ kN/m}^2$$

$$\underline{B} := \begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 12 \frac{EJ}{L^3} & -6 \frac{EJ}{L^2} \\ 0 & -6 \frac{EJ}{L^2} & 4 \frac{EJ}{L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8333 & 0 & 0 \\ 0 & 133333 & -200000 \\ 0 & -200000 & 400000 \end{pmatrix} \text{ kN/m}^2$$

$$\underline{C} := \begin{pmatrix} -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -12 \frac{EJ}{L^3} & 6 \frac{EJ}{L^2} \\ 0 & -6 \frac{EJ}{L^2} & 2 \frac{EJ}{L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8333 & 0 & 0 \\ 0 & -133333 & 200000 \\ 0 & -200000 & 200000 \end{pmatrix} \text{ kN/m}^2$$

Element "1" - bloki macierzy sztywności w globalnym układzie współrzędnych

$$\underline{\underline{c}} := \frac{Lx}{L} \quad \underline{\underline{s}} := \frac{Ly}{L}$$

$$\underline{\underline{R}} := \begin{pmatrix} c & -s & 0 \\ s & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.000000 & -1.000000 & 0.000000 \\ 1.000000 & 0.000000 & 0.000000 \\ 0.000000 & 0.000000 & 1.000000 \end{pmatrix} \quad \text{macierz obrotu}$$

$$A1 := \underline{\underline{R}}^T \cdot A \cdot \underline{\underline{R}} = \begin{pmatrix} 133333 & 0 & 200000 \\ 0 & 8333 & 0 \\ 200000 & 0 & 400000 \end{pmatrix} \quad \text{kN/m}^2$$

$$B1 := \underline{\underline{R}}^T \cdot B \cdot \underline{\underline{R}} = \begin{pmatrix} 133333 & 0 & -200000 \\ 0 & 8333 & 0 \\ -200000 & 0 & 400000 \end{pmatrix} \quad \text{kN/m}^2$$

$$C1 := \underline{\underline{R}}^T \cdot C \cdot \underline{\underline{R}} = \begin{pmatrix} -133333 & 0 & 200000 \\ 0 & -8333 & 0 \\ -200000 & 0 & 200000 \end{pmatrix} \quad \text{kN/m}^2$$

Element "2" - bloki macierzy sztywności w lokalnym układzie współrzędnych

$$\underline{L_x} := 3 \text{ m} \quad \underline{L_y} := 2 \text{ m} \quad \underline{L} := \sqrt{(\underline{L_x})^2 + (\underline{L_y})^2} = 3.605551 \text{ m}$$

Macierz elementu z przegubem w węźle końcowym

$$A := \begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 3 \frac{EJ}{L^3} & 3 \frac{EJ}{L^2} \\ 0 & 3 \frac{EJ}{L^2} & 3 \frac{EJ}{L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6934 & 0 & 0 \\ 0 & 19201 & 69231 \\ 0 & 69231 & 249615 \end{pmatrix} \text{ kN/m}^2$$

$$B := \begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 3 \frac{EJ}{L^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6934 & 0 & 0 \\ 0 & 19201 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ kN/m}^2$$

$$C := \begin{pmatrix} -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -3 \frac{EJ}{L^3} & 0 \\ 0 & -3 \frac{EJ}{L^2} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6934 & 0 & 0 \\ 0 & -19201 & 0 \\ 0 & -69231 & 0 \end{pmatrix} \text{ kN/m}^2$$

Element "2" - bloki macierzy sztywności w globalnym układzie współrzędnych

$$\underset{\sim}{c} := \frac{Lx}{L} \quad \underset{\sim}{s} := \frac{Ly}{L}$$

$$R := \begin{pmatrix} c & -s & 0 \\ s & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.832050 & -0.554700 & 0.000000 \\ 0.554700 & 0.832050 & 0.000000 \\ 0.000000 & 0.000000 & 1.000000 \end{pmatrix} \quad \text{macierz obrotu}$$

$$A2 := R^T \cdot A \cdot R = \begin{pmatrix} 10708 & 5662 & 38402 \\ 5662 & 15427 & 57603 \\ 38402 & 57603 & 249615 \end{pmatrix} \quad \text{kN/m}^2$$

$$B2 := R^T \cdot B \cdot R = \begin{pmatrix} 10708 & 5662 & 0 \\ 5662 & 15427 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{kN/m}^2$$

$$C2 := R^T \cdot C \cdot R = \begin{pmatrix} -10708 & -5662 & 0 \\ -5662 & -15427 & 0 \\ -38402 & -57603 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{kN/m}^2$$

Element "3" - bloki macierzy sztywności w lokalnym układzie współrzędnych

$$\underline{L_x} := 2 \text{ m} \quad \underline{L_y} := -5 \text{ m} \quad \underline{L} := \sqrt{(\underline{L_x})^2 + (\underline{L_y})^2} = 5.385165 \text{ m}$$

$$A := \begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 12 \frac{EJ}{L^3} & 6 \frac{EJ}{L^2} \\ 0 & 6 \frac{EJ}{L^2} & 4 \frac{EJ}{L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4642 & 0 & 0 \\ 0 & 23052 & 62069 \\ 0 & 62069 & 222834 \end{pmatrix} \quad \text{kN/m}^2$$

$$B := \begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 12 \frac{EJ}{L^3} & -6 \frac{EJ}{L^2} \\ 0 & -6 \frac{EJ}{L^2} & 4 \frac{EJ}{L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4642 & 0 & 0 \\ 0 & 23052 & -62069 \\ 0 & -62069 & 222834 \end{pmatrix} \quad \text{kN/m}^2$$

$$C := \begin{pmatrix} -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -12 \frac{EJ}{L^3} & 6 \frac{EJ}{L^2} \\ 0 & -6 \frac{EJ}{L^2} & 2 \frac{EJ}{L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4642 & 0 & 0 \\ 0 & -23052 & 62069 \\ 0 & -62069 & 111417 \end{pmatrix} \quad \text{kN/m}^2$$

Element "3" - bloki macierzy sztywności w globalnym układzie współrzędnych

$$\underline{\underline{c}} := \frac{L_x}{L} \quad \underline{\underline{s}} := \frac{L_y}{L}$$

$$R := \begin{pmatrix} c & -s & 0 \\ s & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.371391 & 0.928477 & 0.000000 \\ -0.928477 & 0.371391 & 0.000000 \\ 0.000000 & 0.000000 & 1.000000 \end{pmatrix} \quad \text{macierz obrotu}$$

$$A3 := R^T \cdot A \cdot R = \begin{pmatrix} 20513 & -6348 & -57630 \\ -6348 & 7182 & 23052 \\ -57630 & 23052 & 222834 \end{pmatrix} \quad \text{kN/m}^2$$

$$B3 := R^T \cdot B \cdot R = \begin{pmatrix} 20513 & -6348 & 57630 \\ -6348 & 7182 & -23052 \\ 57630 & -23052 & 222834 \end{pmatrix} \quad \text{kN/m}^2$$

$$C3 := R^T \cdot C \cdot R = \begin{pmatrix} -20513 & 6348 & -57630 \\ 6348 & -7182 & 23052 \\ 57630 & -23052 & 111417 \end{pmatrix} \quad \text{kN/m}^2$$