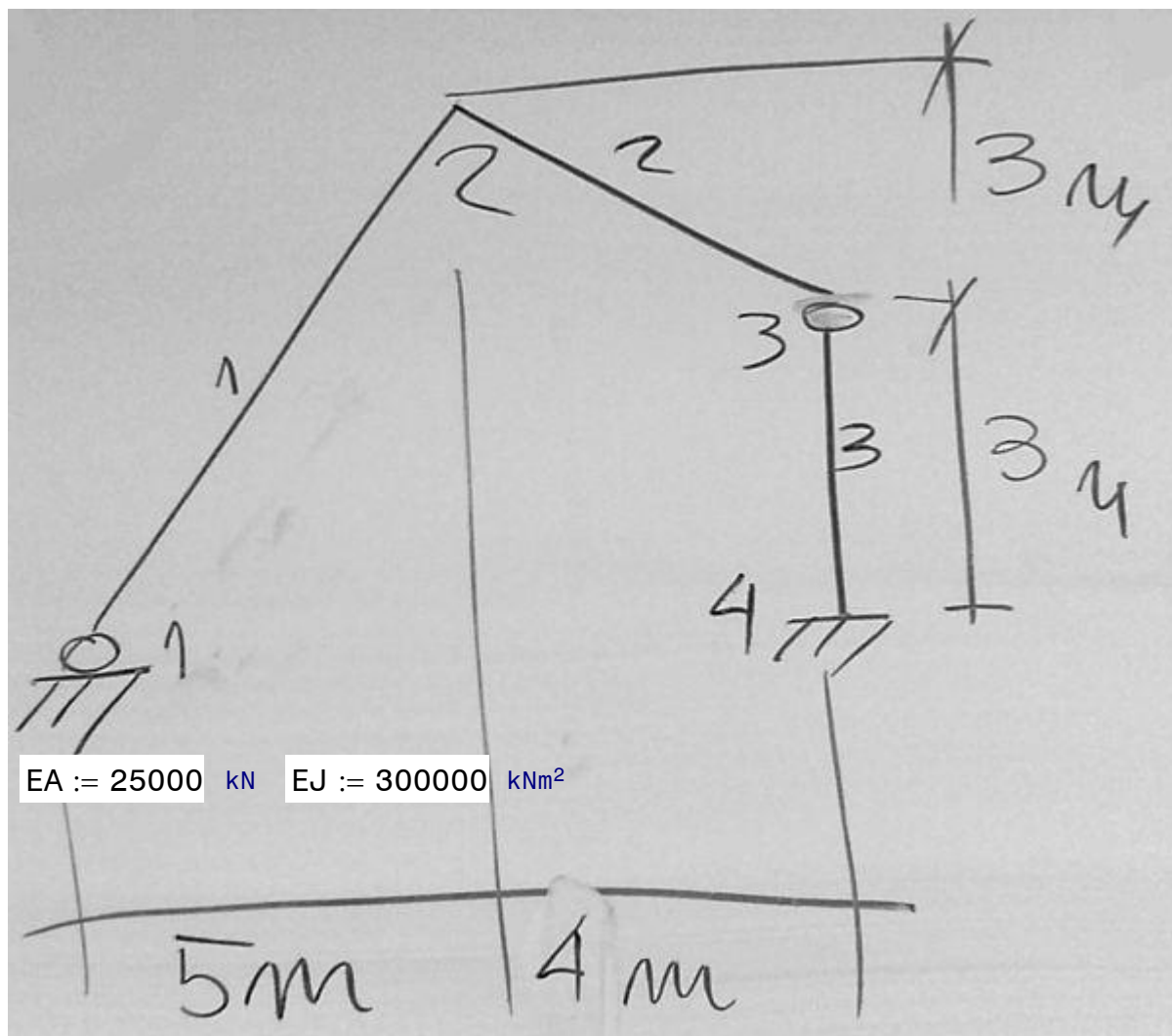


Macierze sztywności elementów ram płaskich - Grupa B



$$K = \begin{pmatrix} A & C \\ C^T & B \end{pmatrix} \quad \text{Układ bloków macierzy sztywności elementu}$$

Schemat globalnej macierzy sztywności konstrukcji

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} A1 & C1 & & \\ C1^T & B1+A2 & C2 & \\ & C2^T & B2+A3 & C3 \\ & & C3^T & B3 \end{bmatrix}$$

Element "1" - bloki macierzy sztywności w lokalnym układzie współrzędnych

$$L_x := 5 \text{ m} \quad L_y := 6 \text{ m} \quad \underline{L} := \sqrt{(L_x)^2 + (L_y)^2} = 7.810250 \text{ m}$$

$$\underline{A} := \begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 12 \frac{EJ}{L^3} & 6 \frac{EJ}{L^2} \\ 0 & 6 \frac{EJ}{L^2} & 4 \frac{EJ}{L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3201 & 0 & 0 \\ 0 & 7556 & 29508 \\ 0 & 29508 & 153644 \end{pmatrix} \quad \text{kN/m}^2$$

$$\underline{B} := \begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 12 \frac{EJ}{L^3} & -6 \frac{EJ}{L^2} \\ 0 & -6 \frac{EJ}{L^2} & 4 \frac{EJ}{L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3201 & 0 & 0 \\ 0 & 7556 & -29508 \\ 0 & -29508 & 153644 \end{pmatrix} \quad \text{kN/m}^2$$

$$\underline{C} := \begin{pmatrix} -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -12 \frac{EJ}{L^3} & 6 \frac{EJ}{L^2} \\ 0 & -6 \frac{EJ}{L^2} & 2 \frac{EJ}{L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3201 & 0 & 0 \\ 0 & -7556 & 29508 \\ 0 & -29508 & 76822 \end{pmatrix} \quad \text{kN/m}^2$$

Element "1" - bloki macierzy sztywności w globalnym układzie współrzędnych

$$\underset{\sim}{c} := \frac{L_x}{L} \quad \underset{\sim}{s} := \frac{L_y}{L}$$

$$\underset{\sim}{R} := \begin{pmatrix} c & -s & 0 \\ s & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.640184 & -0.768221 & 0.000000 \\ 0.768221 & 0.640184 & 0.000000 \\ 0.000000 & 0.000000 & 1.000000 \end{pmatrix} \quad \text{macierz obrotu}$$

$$A1 := \underset{\sim}{R}^T \cdot A \cdot \underset{\sim}{R} = \begin{pmatrix} 5771 & 2142 & 22669 \\ 2142 & 4986 & 18891 \\ 22669 & 18891 & 153644 \end{pmatrix} \quad \text{kN/m}^2$$

$$B1 := \underset{\sim}{R}^T \cdot B \cdot \underset{\sim}{R} = \begin{pmatrix} 5771 & 2142 & -22669 \\ 2142 & 4986 & -18891 \\ -22669 & -18891 & 153644 \end{pmatrix} \quad \text{kN/m}^2$$

$$C1 := \underset{\sim}{R}^T \cdot C \cdot \underset{\sim}{R} = \begin{pmatrix} -5771 & -2142 & 22669 \\ -2142 & -4986 & 18891 \\ -22669 & -18891 & 76822 \end{pmatrix} \quad \text{kN/m}^2$$

Element "2" - bloki macierzy sztywności w lokalnym układzie współrzędnych

$$\underline{L_x} := 4 \text{ m} \quad \underline{L_y} := -3 \text{ m} \quad \underline{L} := \sqrt{(\underline{L_x})^2 + (\underline{L_y})^2} = 5 \text{ m}$$

$$A := \begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 3 \frac{EJ}{L^3} & 3 \frac{EJ}{L^2} \\ 0 & 3 \frac{EJ}{L^2} & 3 \frac{EJ}{L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5000 & 0 & 0 \\ 0 & 7200 & 36000 \\ 0 & 36000 & 180000 \end{pmatrix} \quad \text{kN/m}^2$$

$$B := \begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 3 \frac{EJ}{L^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5000 & 0 & 0 \\ 0 & 7200 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{kN/m}^2$$

$$C := \begin{pmatrix} -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -3 \frac{EJ}{L^3} & 0 \\ 0 & -3 \frac{EJ}{L^2} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5000 & 0 & 0 \\ 0 & -7200 & 0 \\ 0 & -36000 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{kN/m}^2$$

Element "2" - bloki macierzy sztywności w globalnym układzie współrzędnych

$$\overset{\text{c}}{\text{c}} := \frac{Lx}{L} \quad \overset{\text{s}}{\text{s}} := \frac{Ly}{L}$$

$$R := \begin{pmatrix} c & -s & 0 \\ s & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.800000 & 0.600000 & 0.000000 \\ -0.600000 & 0.800000 & 0.000000 \\ 0.000000 & 0.000000 & 1.000000 \end{pmatrix} \quad \text{macierz obrotu}$$

$$A2 := R^T \cdot A \cdot R = \begin{pmatrix} 5792 & -1056 & -21600 \\ -1056 & 6408 & 28800 \\ -21600 & 28800 & 180000 \end{pmatrix} \quad \text{kN/m}^2$$

$$B2 := R^T \cdot B \cdot R = \begin{pmatrix} 5792 & -1056 & 0 \\ -1056 & 6408 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{kN/m}^2$$

$$C2 := R^T \cdot C \cdot R = \begin{pmatrix} -5792 & 1056 & 0 \\ 1056 & -6408 & 0 \\ 21600 & -28800 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{kN/m}^2$$

Element "3" - bloki macierzy sztywności w lokalnym układzie współrzędnych

$$\underline{L_x} := 0 \text{ m} \quad \underline{L_y} := -3 \text{ m} \quad \underline{L} := \sqrt{(\underline{L_x})^2 + (\underline{L_y})^2} = 3 \text{ m}$$

$$A := \begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 12 \frac{EJ}{L^3} & 6 \frac{EJ}{L^2} \\ 0 & 6 \frac{EJ}{L^2} & 4 \frac{EJ}{L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8333 & 0 & 0 \\ 0 & 133333 & 200000 \\ 0 & 200000 & 400000 \end{pmatrix} \text{ kN/m}^2$$

$$B := \begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 12 \frac{EJ}{L^3} & -6 \frac{EJ}{L^2} \\ 0 & -6 \frac{EJ}{L^2} & 4 \frac{EJ}{L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8333 & 0 & 0 \\ 0 & 133333 & -200000 \\ 0 & -200000 & 400000 \end{pmatrix} \text{ kN/m}^2$$

$$C := \begin{pmatrix} -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -12 \frac{EJ}{L^3} & 6 \frac{EJ}{L^2} \\ 0 & -6 \frac{EJ}{L^2} & 2 \frac{EJ}{L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8333 & 0 & 0 \\ 0 & -133333 & 200000 \\ 0 & -200000 & 200000 \end{pmatrix} \text{ kN/m}^2$$

Element "3" - bloki macierzy sztywności w globalnym układzie współrzędnych

$$\underline{\underline{c}} := \frac{L_x}{L} \quad \underline{\underline{s}} := \frac{L_y}{L}$$

$$R := \begin{pmatrix} c & -s & 0 \\ s & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.000000 & 1.000000 & 0.000000 \\ -1.000000 & 0.000000 & 0.000000 \\ 0.000000 & 0.000000 & 1.000000 \end{pmatrix} \quad \text{macierz obrotu}$$

$$A3 := R^T \cdot A \cdot R = \begin{pmatrix} 133333 & 0 & -200000 \\ 0 & 8333 & 0 \\ -200000 & 0 & 400000 \end{pmatrix} \quad \text{kN/m}^2$$

$$B3 := R^T \cdot B \cdot R = \begin{pmatrix} 133333 & 0 & 200000 \\ 0 & 8333 & 0 \\ 200000 & 0 & 400000 \end{pmatrix} \quad \text{kN/m}^2$$

$$C3 := R^T \cdot C \cdot R = \begin{pmatrix} -133333 & 0 & -200000 \\ 0 & -8333 & 0 \\ 200000 & 0 & 200000 \end{pmatrix} \quad \text{kN/m}^2$$