Rozwiazanie układu równań liniowych metodą eliminacji Gaussa

$ORIGIN := 1$ *- Ustawienie sposobu numeracji wierszy i kolumn macierzy*

$N := 5$

$$A0 := \begin{pmatrix} 11 & -1 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 12 & -2 & 2 & 5 \\ 2 & -2 & 13 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & -2 & 14 & 1 \\ 1 & 5 & 3 & 1 & 15 \end{pmatrix}$$

Generowanie wektora "prawej strony"
dla rozwiązania jednostkowego

$i := 1 .. N$

$k := 1 .. N$

$$b0_i := \sum_k A0_{i,k}$$

$$b0 = \begin{pmatrix} 14.000 \\ 16.000 \\ 14.000 \\ 16.000 \\ 25.000 \end{pmatrix}$$

Eliminacja Nr 1

$n := 1$

$k := n .. N$

$A1_{n,k} := \frac{A0_{n,k}}{A0_{n,n}}$ $\qquad b1_n := \frac{b0_n}{A0_{n,n}}$ *- dzielenie pierwszego wiersza przez wyraz w lewym górnym "rogu" macierzy*

$i := n+1 .. N$

$k := n .. N$ *- odejmowanie pierwszego równania od pozostałych równań*

$A1_{i,k} := A0_{i,k} - A1_{n,k} \cdot A0_{i,n}$ $\qquad b1_i := b0_i - b1_n \cdot A0_{i,n}$

$$A1 = \begin{pmatrix} 1.0000 & -0.0909 & 0.1818 & 0.0909 & 0.0909 \\ 0.0000 & 11.9091 & -1.8182 & 2.0909 & 5.0909 \\ 0.0000 & -1.8182 & 12.6364 & -2.1818 & 2.8182 \\ 0.0000 & 2.0909 & -2.1818 & 13.9091 & 0.9091 \\ 0.0000 & 5.0909 & 2.8182 & 0.9091 & 14.9091 \end{pmatrix} \qquad b1 = \begin{pmatrix} 1.273 \\ 17.273 \\ 11.455 \\ 14.727 \\ 23.727 \end{pmatrix}$$

Eliminacja Nr 2

$n := 2$

$k := n .. N$

$$A2_{n,k} := \frac{A1_{n,k}}{A1_{n,n}} \qquad b2_n := \frac{b1_n}{A1_{n,n}}$$

$i := n + 1 .. N$

$k := n .. N$

$$A2_{i,k} := A1_{i,k} - A2_{n,k} \cdot A1_{i,n} \qquad b2_i := b1_i - b2_n \cdot A1_{i,n}$$

$$A2 = \begin{pmatrix} 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 1.000 & -0.153 & 0.176 & 0.427 \\ 0.000 & 0.000 & 12.359 & -1.863 & 3.595 \\ 0.000 & 0.000 & -1.863 & 13.542 & 0.015 \\ 0.000 & 0.000 & 3.595 & 0.015 & 12.733 \end{pmatrix} \qquad b2 = \begin{pmatrix} 0.000 \\ 1.450 \\ 14.092 \\ 11.695 \\ 16.344 \end{pmatrix}$$

Eliminacja Nr 3

$n := 3$

$k := n .. N$

$A3_{n,k} := \frac{A2_{n,k}}{A2_{n,n}}$ $\qquad b3_n := \frac{b2_n}{A2_{n,n}}$

$i := n + 1 .. N$

$k := n .. N$

$A3_{i,k} := A2_{i,k} - A3_{n,k} \cdot A2_{i,n}$ $\qquad b3_i := b2_i - b3_n \cdot A2_{i,n}$

$$A3 = \begin{pmatrix} 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 & -0.151 & 0.291 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 13.261 & 0.557 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.557 & 11.687 \end{pmatrix} \qquad b3 = \begin{pmatrix} 0.000 \\ 0.000 \\ 1.140 \\ 13.818 \\ 12.244 \end{pmatrix}$$

Eliminacja Nr 4

$n := 4$

$k := n .. N$

$A4_{n,k} := \frac{A3_{n,k}}{A3_{n,n}}$ $\qquad b4_n := \frac{b3_n}{A3_{n,n}}$

$i := n + 1 .. N$

$k := n .. N$

$A4_{i,k} := A3_{i,k} - A4_{n,k} \cdot A3_{i,n}$ $\qquad b4_i := b3_i - b4_n \cdot A3_{i,n}$

$$A4 = \begin{pmatrix} 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.042 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 11.663 \end{pmatrix} \qquad b4 = \begin{pmatrix} 0.000 \\ 0.000 \\ 0.000 \\ 1.042 \\ 11.663 \end{pmatrix}$$

Rozwiązanie układu równań przez podstawienie wstecz

$n := 5 \qquad x_n := \dfrac{b4_n}{A4_{n,n}} \qquad x_5 = 1.000$

$n := 4 \qquad x_n := b4_n - \sum_{k=n+1}^{N} \left(x_k \cdot A4_{n,k}\right) \qquad x_4 = 1.000$

$n := 3 \qquad x_n := b3_n - \sum_{k=n+1}^{N} \left(x_k \cdot A3_{n,k}\right) \qquad x_3 = 1.000$

$n := 2 \qquad x_n := b2_n - \sum_{k=n+1}^{N} \left(x_k \cdot A2_{n,k}\right) \qquad x_2 = 1.000$

$n := 1 \qquad x_n := b1_n - \sum_{k=n+1}^{N} \left(x_k \cdot A1_{n,k}\right) \qquad x_1 = 1.000$

$x^T = (1.000 \quad 1.000 \quad 1.000 \quad 1.000 \quad 1.000)$ *- wynik rozwiazania*

$y := \mathrm{lsolve}(A0, b0)$

$y^T = (1.000 \quad 1.000 \quad 1.000 \quad 1.000 \quad 1.000)$

$err := y - x$

$err^T = (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0)$ *- różnica miedzy rozwiązaniami uzyskanymi z eliminacji Gaussa i funkcją MathCada "lsolve"*