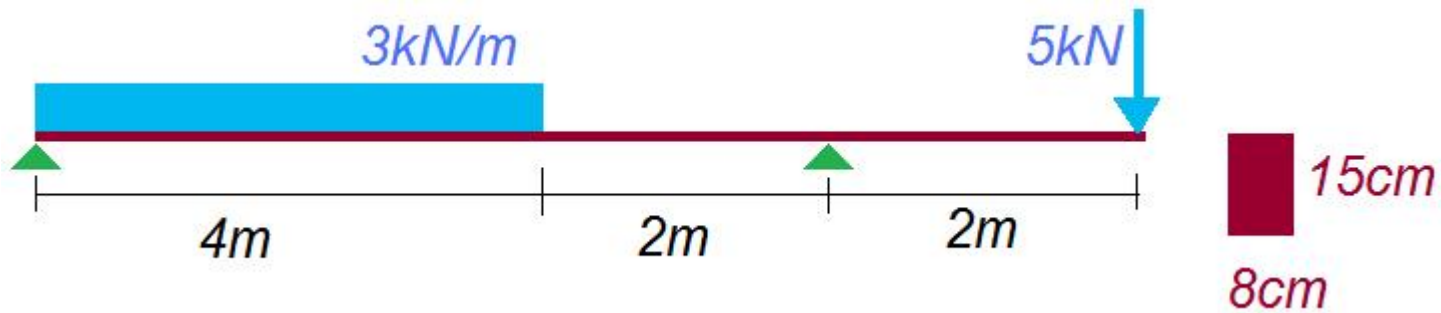


Beam deflection by Finite Difference Method



ORIGIN := 0

$E := 12\text{GPa}$ - Young modulus for wood

$b := 8\text{cm}$ - Cross section breadth

$h := 15\text{cm}$ - Cross section height

$J := b \cdot \frac{h^3}{12}$ $J = 2250.000 \cdot \text{cm}^4$ - Moment of the inertia for the beam cross section

$P := 5\text{kN}$ $q := 3 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

$L1 := 4\text{m}$ $L2 := 2\text{m}$ $L := 8\text{m}$

$n := 16$ $\Delta := \frac{L}{n}$ $\alpha := \frac{\Delta^2}{E \cdot J}$

Reaction forces in the support

$$R_0 := \frac{q \cdot L_1 \cdot \left(L_2 + \frac{L_1}{2} \right) - P \cdot L_2}{L_1 + L_2} \quad R_0 = 6.333 \cdot \text{kN}$$

$$R_6 := P + q \cdot L_1 - R_0 \quad R_6 = 10.667 \cdot \text{kN}$$

Bending moments functions

$$M_1(x) := R_0 \cdot x - q \cdot \frac{x^2}{2} \quad - x \in \langle 0 \dots L_1 \rangle$$

$$M_2(x) := M_1(x) + q \cdot \frac{(x - L_1)^2}{2} \quad - x \in \langle L_1 \dots L_1 + L_2 \rangle$$

$$M_3(x) := M_2(x) + R_6 \cdot (x - L_1 - L_2) \quad - x \in \langle L_1 + L_2 \dots L \rangle$$

$$i := 0 \dots n \quad X_i := i \cdot \Delta \quad \text{nodal points co-ordinates}$$

Bending moments matrix

$$i := 0 \dots 8 \quad M_i := M_1(X_i)$$

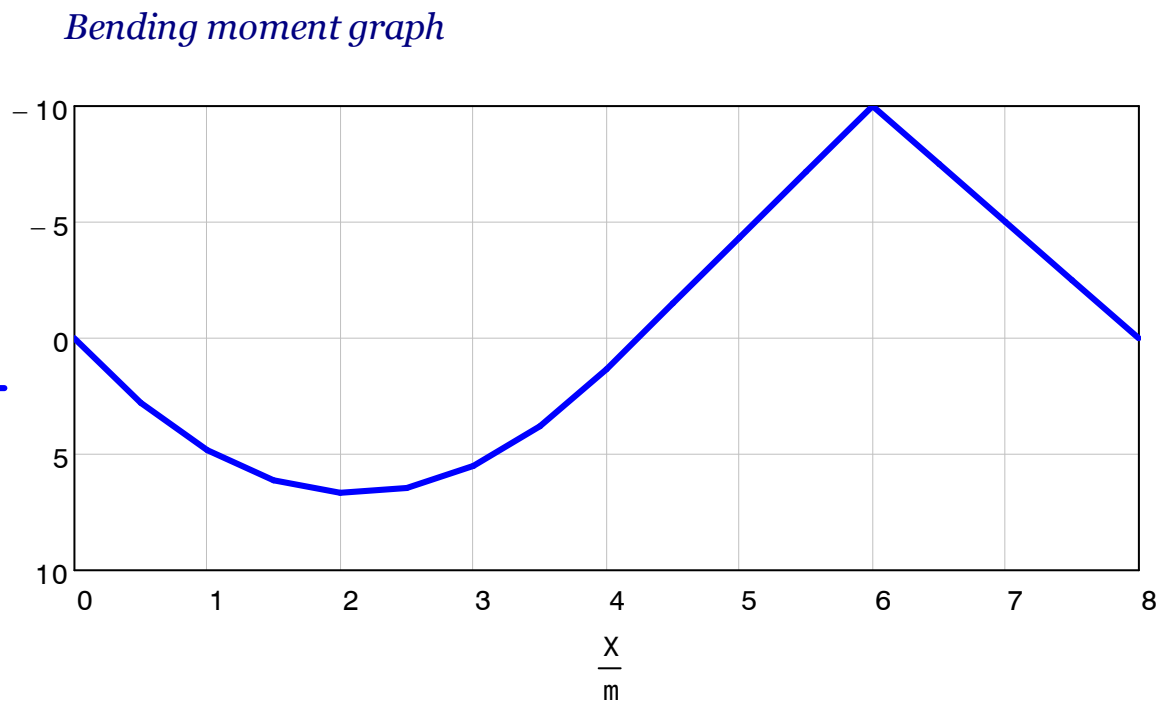
$$i := 9 \dots 12 \quad M_i := M_2(X_i)$$

$$i := 13 \dots 16 \quad M_i := M_3(X_i)$$

M =		0	· kN·m	X =		0	m
	0	0.000			0	0.000	
	1	2.792			1	0.500	
	2	4.833			2	1.000	
	3	6.125			3	1.500	
	4	6.667			4	2.000	
	5	6.458			5	2.500	
	6	5.500			6	3.000	
	7	3.792			7	3.500	
	8	1.333			8	4.000	
	9	-1.500			9	4.500	
	10	-4.333			10	5.000	
	11	-7.167			11	5.500	
	12	-10.000			12	6.000	
	13	-7.500			13	6.500	
	14	-5.000			14	7.000	
	15	-2.500			15	7.500	
	16	0.000			16	8.000	

M

kN·m



Creation of the finite difference matrix

$$i := 0 \dots n \quad A_{i,i} := -2$$
$$i := 1 \dots n \quad A_{i,i-1} := 1$$
$$i := 0 \dots n-1 \quad A_{i,i+1} := 1$$
[illegible]

Boudary conditions for free supported beam: $y_0 = 0$, $y_{12} = 0$

$A_{0,0} := 1$ $A_{0,1} := 0$ *<-----modification of the row 0*

$A_{n,n} := 0$ $A_{n,n-1} := 0$ $A_{n,12} := 1$ *<-----modification of the row n*

A =

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.0
1	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.0
2	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.0
3	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.0
4	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.0
5	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.0
6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.0
7	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.0
8	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.0
9	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.0
10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.0
11	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.0
12	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.000	0.0
13	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.000	0.0
14	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.000	0.0
15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	-2.000	1.0
16	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.0

Solution by implicit method

$y := \text{lsolve}(A, \alpha \cdot M)$

y =

	0
0	0.000
1	-2.081
2	-3.903
3	-5.278
4	-6.085
5	-6.276
6	-5.868
7	-4.951
8	-3.683
9	-2.292
10	-1.039
11	-0.188
12	0.000
13	-0.738
14	-2.171
15	-4.066
16	-6.193

· cm

Beam deflection

