Rozwiazanie równania Poissona metodą objętości skończonych

$ORIGIN := 1$ *- Ustawienie sposobu numeracji wierszy i kolumn macierzy*

Funkcja AGR2 - Agregacja Macierzy, używana przy agregacji macierzy geometrycznej
A - zerowa macierz globalna, B - macierz geometryczna pola, L - macierz alokacji, n - numer agregowanego pola

$$AGR2(A, B, L, n) := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..\ rows(B) \\ \quad \text{for } j \in 1..\ cols(B) \\ \quad\quad A_{\left(L_{n,i},\, L_{n,j}\right)} \leftarrow B_{i,j} \ \text{ if } L_{n,i} > 0 \wedge L_{n,j} > 0 \\ A \end{array} \right.$$

Obszar prostokątny 2a x 4a podzielono na 8 kwadratowych pól o wymiarach a x a
Na brzegu ugięcie błony jest równe zeru, ponumerowano tylko węzły siatki o nieznanych przemieszczeniach

Tworzenie macierzy geometrycznej kwadratowego obszaru kontrolnego (G1)
Wszystkie oczka siatki są identyczne więc tworzymy tylko jedną macierz geometryczną

$m(i, j) := \frac{1}{4}$ *- definicja funkcji wypełniajacej macierz wartościami 1/4*

$G1 := \text{matrix}(4, 4, m) - \text{identity}(4)$

$$G1 = \begin{pmatrix} -0.750 & 0.250 & 0.250 & 0.250 \\ 0.250 & -0.750 & 0.250 & 0.250 \\ 0.250 & 0.250 & -0.750 & 0.250 \\ 0.250 & 0.250 & 0.250 & -0.750 \end{pmatrix}$$

Macierz alokacji obszarów kontrolnych, węzły brzegowe numerowane są jako 0

$$AL := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$Lo := 8 \qquad Go_{3,3} := 0$ *- wartości pomocnicze*

Agregacja globalnej macierzy geometrycznej

$e := 1 .. Lo$

$$G := \sum_e (AGR2(Go, -G1, AL, e))$$

$$G = \begin{pmatrix} 3.000 & -0.500 & 0.000 \\ -0.500 & 3.000 & -0.500 \\ 0.000 & -0.500 & 3.000 \end{pmatrix}$$

Ponieważ węzły o znanych przemieszczeniach zostały pominęte w układzie równań (numerowane jako 0) o nie jest potrzebne uwzględnianie warunków brzegowych
Tworzenie wektora prawej strony

$$p := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$ *Prawa strona układu równań*

Rozwiązanie układu równań

$u := \mathrm{lsolve}(G, p)$

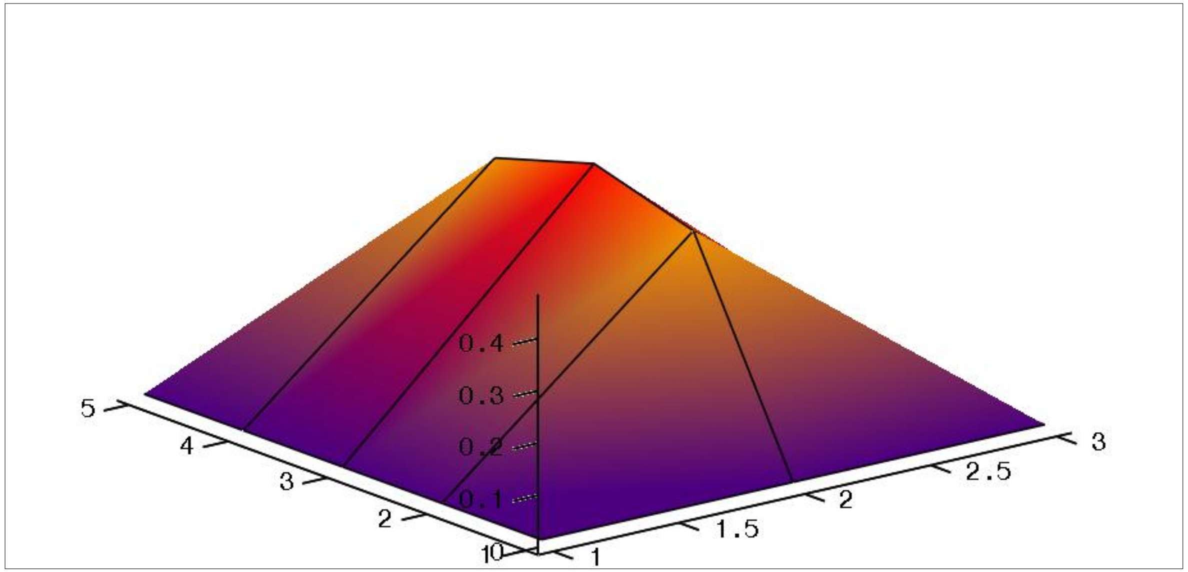
$$u^T = (0.41176 \quad 0.47059 \quad 0.41176)$$

Dokładna wartość ugięcia maksymalnego $u_{max}=0.45549$, *stąd błąd obliczeń metodą objętości skończonych:*
$e=(1-u_2/u_{max})*100\%=3.315\%$

Tworzenie wykresu funkcji u(x,y)

$U_{3,5} := 0$

$U_{2,2} := u_1$ $U_{2,3} := u_2$ $U_{2,4} := u_3$



U