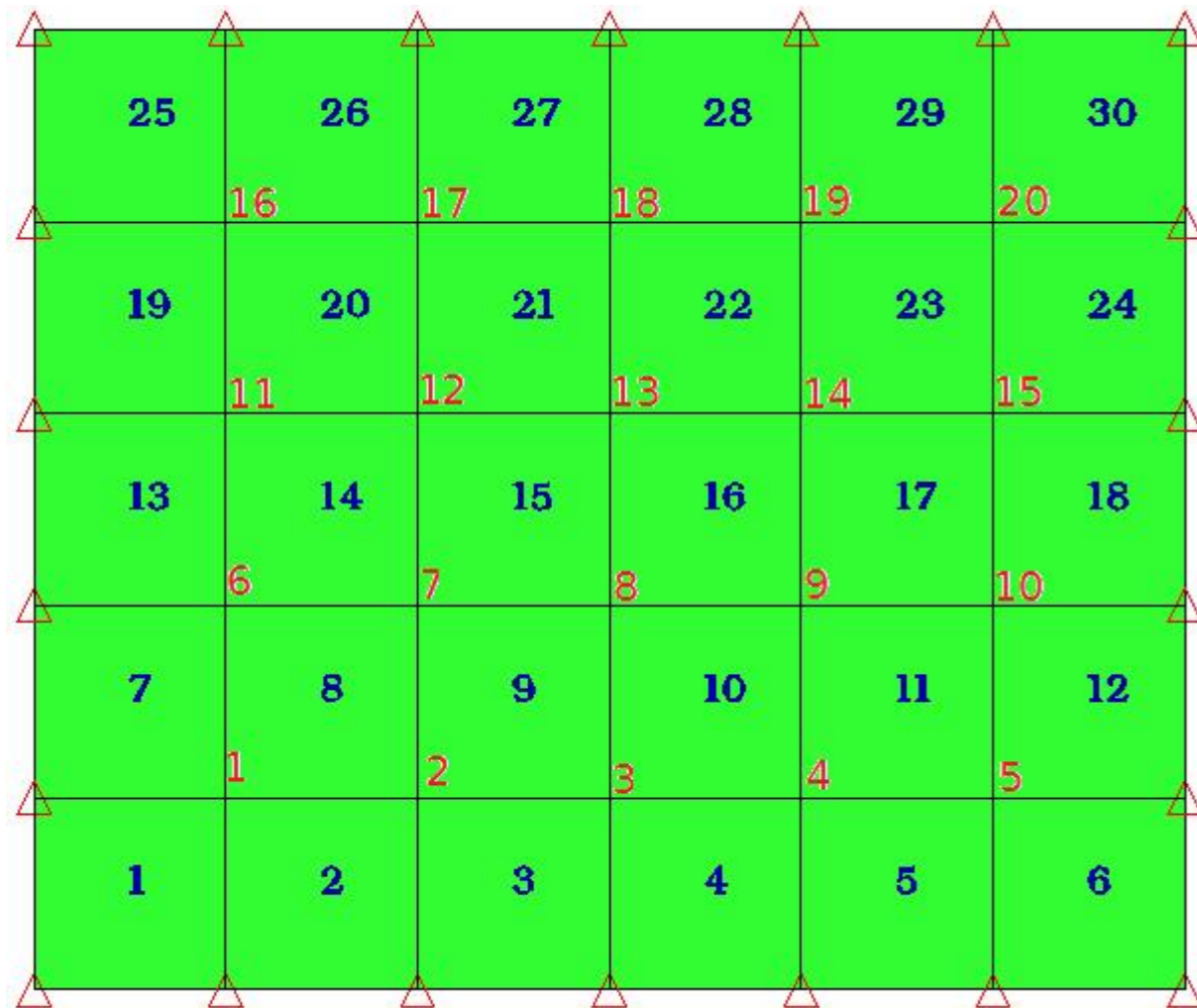


Obliczenie ugięcia membrany metodą różnic skończonych (MRS) - rozwiązanie równania Poissona

ORIGIN := 0

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + f(x, y) = 0$$

Obliczyć przemieszczenie prostokątnej membrany o wymiarach L_x, L_y , opartej na obwodzie, obciążonej stałym ciśnieniem p_0 i rozciąganej stałym napięciem T , punkt Nr 12 ma zadane przemieszczenie $w_{12} = -30 \text{ cm}$



Numery węzłów membrany

$$N_{\text{wn}} := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 0 \\ 0 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 0 \\ 0 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 0 \\ 0 & 16 & 17 & 18 & 19 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$L_x := 6 \text{ m}$$

$$L_y := 5 \text{ m}$$

$$p_0 := 4 \text{ kPa}$$

$$T_{\text{wn}} := 10 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\Delta := 1 \text{ m}$$

$$\alpha := \frac{p_0 \cdot \Delta^2}{T} = 0.4 \text{ m}$$

$$n := \max(N) = 20 \quad \text{- liczba węzłów o nieznanym przemieszczeniu}$$

Tworzenie macierzy Różnic Skończonych

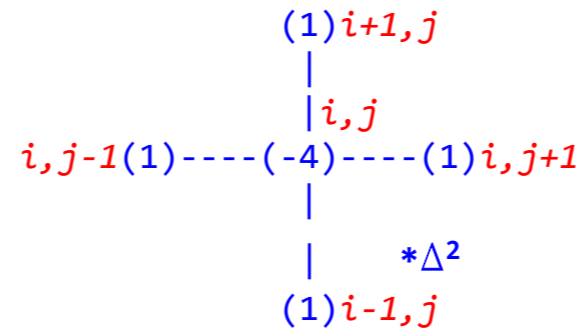
Schemat operatora różnicowego dla Laplasjanu

$$i := 1.. 4 \quad j := 1.. 5 \quad f_{(N_{i,j})} := \alpha$$

$$A_{(N_{i,j}), (N_{i,j})} := -4$$

$$A_{(N_{i,j}), (N_{i-1,j})} := 1 \quad A_{(N_{i,j}), (N_{i+1,j})} := 1$$

$$A_{(N_{i,j}), (N_{i,j-1})} := 1 \quad A_{(N_{i,j}), (N_{i,j+1})} := 1$$



Uwzględnienie warunku brzegowego $w\theta=0$

Uwzględnienie warunku brzegowego $w_{12}=-30cm$

$$k := 0.. n \quad A_{0,k} := 0 \quad A_{0,0} := 1 \quad f_0 := 0$$

$$k := 0.. n \quad A_{12,k} := 0 \quad A_{12,12} := 1 \quad f_{12} := -30cm$$

$$w := \text{lsolve}(A, f) \quad |A| = -3.032 \times 10^{10}$$

A =

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	-4	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	1	-4	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	1	0	1	-4	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	1	0	0	1	-4	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	1	0	0	0	1	-4	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	1	1	0	0	0	0	-4	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	1	0	0	0	1	-4	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	1	0	0	0	1	-4	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	1	0	0	0	1	-4	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
10	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	-4	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
11	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	-4	1	0	0	1	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	-4	1	0	0	0	1	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	-4	1	0	0	0	1	0
15	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	-4	0	0	0	0	1
16	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	-4	1	0	0	0
17	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	-4	1	0	0
18	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	-4	1	0
19	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	-4	1
20	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	-4

w =

	0
0	0
1	-31.201
2	-44.381
3	-50.341
4	-47.856
5	-33.685
6	-40.424
7	-55.983
8	-69.125
9	-67.399
10	-46.883
11	-34.511
12	-30
13	-62.779
14	-65.731
15	-46.45
16	-27.62
17	-35.97
18	-46.261
19	-46.294
20	-33.186

f =

	0
0	0
1	0.4
2	0.4
3	0.4
4	0.4
5	0.4
6	0.4
7	0.4
8	0.4
9	0.4
10	0.4
11	0.4
12	-0.3
13	0.4
14	0.4
15	0.4
16	0.4
17	0.4
18	0.4
19	0.4
20	0.4

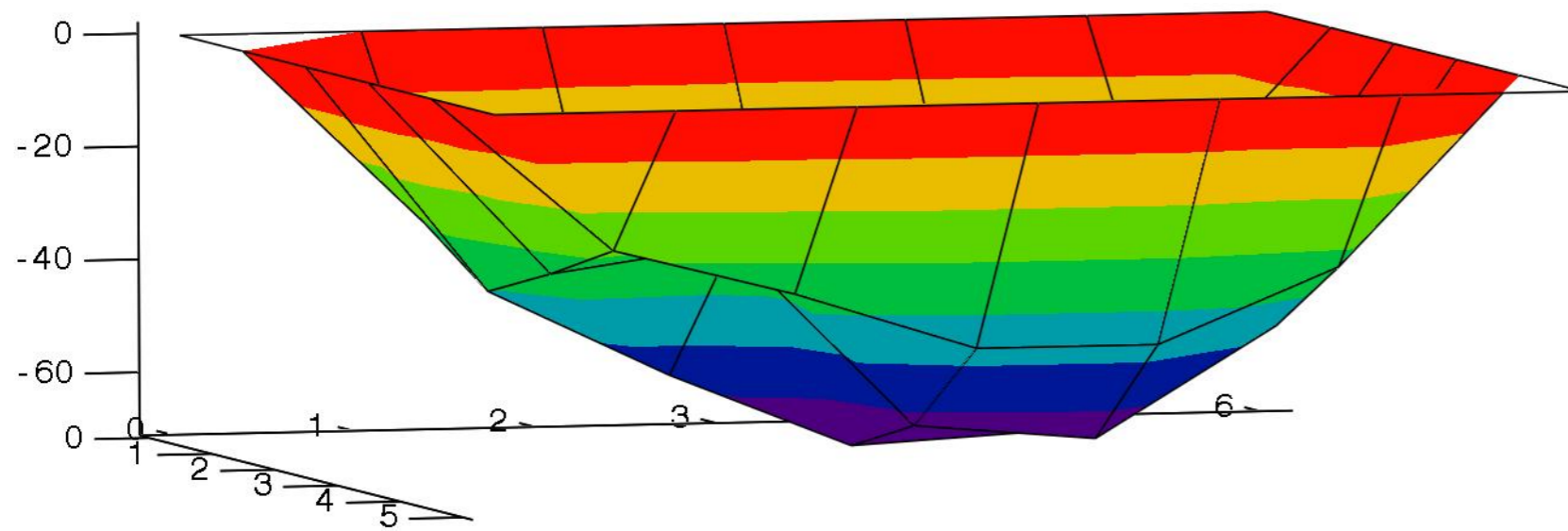
· cm

Przepisywanie rozwiązania z wektora do macierzy 2D

$$i := 0..5 \quad j := 0..6 \quad w_{i,j} := w(N_{i,j})$$

	0	1	2	3	4	5	6
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	-31.201	-44.381	-50.341	-47.856	-33.685	0
2	0	-40.424	-55.983	-69.125	-67.399	-46.883	0
3	0	-34.511	-30	-62.779	-65.731	-46.45	0
4	0	-27.62	-35.97	-46.261	-46.294	-33.186	0
5	0	0	0	0	0	0	0

· cm



$$\frac{W}{1 \text{ cm}}$$

$$\min(W) = -69.125 \cdot \text{cm}$$