

ORIGIN := 1

$Lx := 50$ $Ly := 60$

N(x, y) := (1 x y x·y) - wielomiany funkcji kształtu

$dNx(x, y) = \frac{d}{dx} N(x, y)$ - pochodna wielomianu funkcji kształtu

$dNx(x, y) := (0 \quad 1 \quad 0 \quad y)$

$dNy(x, y) = \frac{d}{dy} N(x, y)$ - pochodna wielomianu funkcji kształtu

$dNy(x, y) := (0 \quad 0 \quad 1 \quad x)$

$M(x) = \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i & x_i \cdot y_i \\ 1 & x_j & y_j & x_j \cdot y_j \\ 1 & x_k & y_k & x_k \cdot y_k \\ (1) & x_l & y_l & x_l \cdot y_l \end{bmatrix}$ - macierz współrzędnych elementu

$M(x) := \text{stack}(N(x_1, x_2), N(x_3, x_4), N(x_5, x_6), N(x_7, x_8))$

$Ma := M(xa)$ $Ma = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 50 & 0 & 0 \\ 1 & 50 & 60 & 3000 \\ 1 & 0 & 60 & 0 \end{pmatrix}$ - macierz współrzędnych elementu "a"

wektor współrzędnych elementu

$$xa = \begin{bmatrix} (xi) \\ yi \\ xj \\ yj \\ xk \\ yk \\ xl \\ yl \end{bmatrix} \quad xa := \begin{bmatrix} (0) \\ 0 \\ Lx \\ 0 \\ Lx \\ Ly \\ 0 \\ Ly \end{bmatrix}$$

$Lss := \text{rows}(xa) = 8$ - liczba stopni swobody elementu

wektor przemieszczeń elementu -----> $u := \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ -1 \\ 3 \\ -2 \\ 1 \\ (-2) \end{bmatrix}$

Wyznaczanie współczynników funkcji kształtu

$$\begin{array}{lll}
 u_i := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} & \alpha_i := \text{lsolve}(Ma, u_i) & \alpha_i = \begin{pmatrix} 1 \\ -0.02 \\ -0.017 \\ 3.333 \times 10^{-4} \end{pmatrix} \\
 u_j := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} & \alpha_j := \text{lsolve}(Ma, u_j) & \alpha_j = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.02 \\ 0 \\ -3.333 \times 10^{-4} \end{pmatrix} \\
 u_k := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} & \alpha_k := \text{lsolve}(Ma, u_k) & \alpha_k = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3.333 \times 10^{-4} \end{pmatrix} \\
 u_l := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} & \alpha_l := \text{lsolve}(Ma, u_l) & \alpha_l = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.017 \\ -3.333 \times 10^{-4} \end{pmatrix}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
 N_i(x, y) := N(x, y) \cdot \alpha_i & \text{- funkcja kształtu węzła "i"} & N_k(x, y) := N(x, y) \cdot \alpha_k & \text{- funkcja kształtu węzła "k"} \\
 N_j(x, y) := N(x, y) \cdot \alpha_j & \text{- funkcja kształtu węzła "j"} & N_l(x, y) := N(x, y) \cdot \alpha_l & \text{- funkcja kształtu węzła "l"}
 \end{array}$$

Macierz geometryczna węzła

$$B\alpha(\alpha, x, y) = \begin{pmatrix} \alpha_2 + y \cdot \alpha_4 & 0 \\ 0 & \alpha_3 + x \cdot \alpha_4 \\ \alpha_3 + x \cdot \alpha_4 & \alpha_2 + y \cdot \alpha_4 \end{pmatrix} \quad \text{----->} \quad B\alpha(\alpha, x, y) := \begin{pmatrix} dNx(x, y) \cdot \alpha & 0 \\ 0 & dNy(x, y) \cdot \alpha \\ dNy(x, y) \cdot \alpha & dNx(x, y) \cdot \alpha \end{pmatrix}$$

Macierz geometryczna elementu

$$B(x, y) := \text{augment}(B\alpha(\alpha_i, x, y), B\alpha(\alpha_j, x, y), B\alpha(\alpha_k, x, y), B\alpha(\alpha_l, x, y))$$

Wektor funkcji odkształceń elementu LSQ $\underline{\varepsilon}(x, y) := B(x, y) \cdot u$

$$n := 1 \dots Lss$$

$$\varepsilon_x(x, y) := \sum_n (B(x, y)_{1, n} \cdot u_n) \quad \varepsilon_y(x, y) := \sum_n (B(x, y)_{2, n} \cdot u_n) \quad \gamma_{xy}(x, y) := \sum_n (B(x, y)_{3, n} \cdot u_n)$$

$$x0 := \frac{Lx}{2} \quad y0 := \frac{Ly}{2} \quad \text{- współrzędne środka elementu}$$

Odkształcenia w środku elementu

$$\varepsilon_x(x0, y0) = 0.030000 \quad \varepsilon_y(x0, y0) = -0.016667 \quad \gamma_{xy}(x0, y0) = 0.008333$$