

ORIGIN := 1

Lx := 50 *Ly* := 30

N(*x*, *y*) := (1 *x* *y* *x*·*y*) - wielomiany funkcji kształtu

dNx(*x*, *y*) = $\frac{d}{dx}$ *N*(*x*, *y*) - pochodna wielomianu funkcji kształtu

dNx(*x*, *y*) := (0 1 0 *y*)

dNy(*x*, *y*) = $\frac{d}{dy}$ *N*(*x*, *y*) - pochodna wielomianu funkcji kształtu

dNy(*x*, *y*) := (0 0 1 *x*)

M(*x*) = $\begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i & x_i \cdot y_i \\ 1 & x_j & y_j & x_j \cdot y_j \\ 1 & x_k & y_k & x_k \cdot y_k \\ (1) & x_l & y_l & x_l \cdot y_l \end{bmatrix}$ - macierz współrzędnych elementu

M(*x*) := *stack*(*N*(*x*₁, *x*₂), *N*(*x*₃, *x*₄), *N*(*x*₅, *x*₆), *N*(*x*₇, *x*₈))

Ma := *M*(*xa*) *Ma* = $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 50 & 0 & 0 \\ 1 & 50 & 30 & 1500 \\ 1 & 0 & 30 & 0 \end{pmatrix}$ - macierz współrzędnych elementu "a"

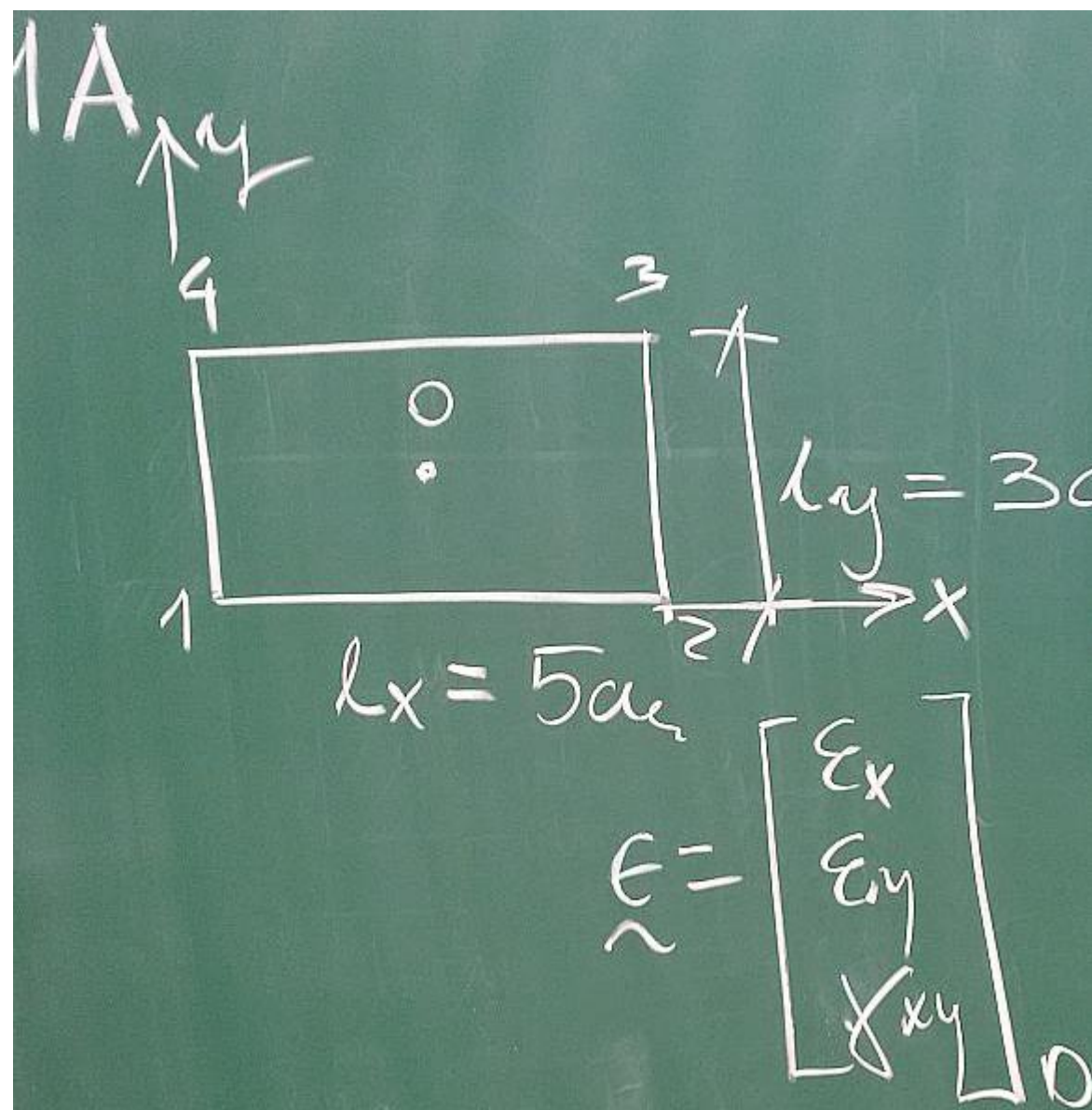
wektor współrzędnych elementu prostokątnego

xa = $\begin{bmatrix} (xi) \\ yi \\ xj \\ yj \\ xk \\ yk \\ xl \\ yl \end{bmatrix}$ *xa* := $\begin{bmatrix} (0) \\ 0 \\ Lx \\ 0 \\ Lx \\ Ly \\ 0 \\ Ly \end{bmatrix}$

Lss := *rows*(*xa*) = 8 - liczba stopni swobody elementu

wektor przemieszczeń elementu -----> *u* :=

$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ -1 \\ 3 \\ -2 \\ 1 \\ (-2) \end{bmatrix}$

$$u^l = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ -1 \\ 3 \\ -2 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix} \text{ mm}$$


Wyznaczanie współczynników funkcji kształtu

$$u_i := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\alpha_i := \textit{lsolve}(Ma, u_i)$$

$$\alpha_i = \begin{pmatrix} 1 \\ -0.02 \\ -0.033 \\ 6.667 \times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

$$u_j := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\alpha_j := \textit{lsolve}(Ma, u_j)$$

$$\alpha_j = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.02 \\ 0 \\ -6.667 \times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

$$u_k := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\alpha_k := \textit{lsolve}(Ma, u_k)$$

$$\alpha_k = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 6.667 \times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

$$u_l := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\alpha_l := \textit{lsolve}(Ma, u_l)$$

$$\alpha_l = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.033 \\ -6.667 \times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{llll}
N_i(x, y) := N(x, y) \cdot \alpha_i & \text{- funkcja kształtu węzła "i"} & N_k(x, y) := N(x, y) \cdot \alpha_k & \text{- funkcja kształtu węzła "k"} \\
N_j(x, y) := N(x, y) \cdot \alpha_j & \text{- funkcja kształtu węzła "j"} & N_l(x, y) := N(x, y) \cdot \alpha_l & \text{- funkcja kształtu węzła "l"}
\end{array}$$

Macierz geometryczna węzła

$$B_{\alpha}(\alpha, x, y) = \begin{pmatrix} \alpha_2 + y \cdot \alpha_4 & 0 \\ 0 & \alpha_3 + x \cdot \alpha_4 \\ \alpha_3 + x \cdot \alpha_4 & \alpha_2 + y \cdot \alpha_4 \end{pmatrix} \quad \text{----->} \quad B_{\alpha}(\alpha, x, y) := \begin{pmatrix} dN_x(x, y) \cdot \alpha & 0 \\ 0 & dN_y(x, y) \cdot \alpha \\ dN_y(x, y) \cdot \alpha & dN_x(x, y) \cdot \alpha \end{pmatrix}$$

Macierz geometryczna elementu

$$B(x, y) := \text{augment}(B_{\alpha}(\alpha_i, x, y), B_{\alpha}(\alpha_j, x, y), B_{\alpha}(\alpha_k, x, y), B_{\alpha}(\alpha_l, x, y))$$

Wektor funkcji odkształceń elementu LSQ $\underline{\underline{\varepsilon}}(x, y) := B(x, y) \cdot u$

$$n := 1 \dots Lss$$

$$\varepsilon_x(x, y) := \sum_n (B(x, y)_{1, n} \cdot u_n) \qquad \varepsilon_y(x, y) := \sum_n (B(x, y)_{2, n} \cdot u_n) \qquad \gamma_{xy}(x, y) := \sum_n (B(x, y)_{3, n} \cdot u_n)$$

$$x_0 := \frac{Lx}{2} \qquad y_0 := \frac{Ly}{2} \qquad \text{- współrzędne środka elementu}$$

Odkształcenia w środku elementu

$$\varepsilon_x(x_0, y_0) = 0.030000 \qquad \varepsilon_y(x_0, y_0) = -0.033333 \qquad \gamma_{xy}(x_0, y_0) = 0.016667$$