$ORIGIN := 1$

$E := 20GPa$ - moduł Younga

$\nu := 0.2$ - współczynnik Poissona

$t := 0.01m$ - grubość tarczy

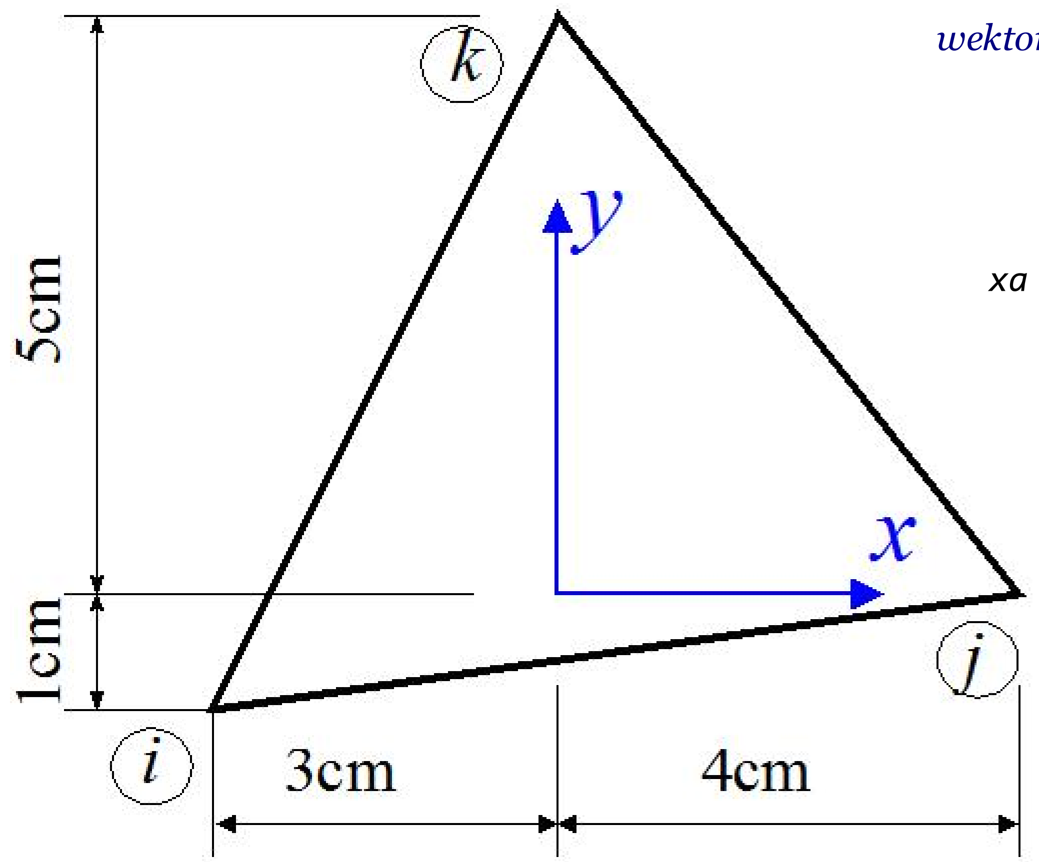
$N(x,y) := (1 \;\; x \;\; y)$ - wielomiany funkcji kształtu

$dNx(x,y) = \frac{d}{dx}N(x,y)$ - pochodna wielomianu funkcji kształtu

$dNx := (0 \;\; 1 \;\; 0)$

$dNy(x,y) = \frac{d}{dy}N(x,y)$ - pochodna wielomianu funkcji kształtu

$dNy := (0 \;\; 0 \;\; 1)$



wektor współrzędnych elementu

$$xa = \begin{pmatrix} xi \\ yi \\ xj \\ yj \\ xk \\ yk \end{pmatrix} \qquad xa := \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

wektor przemieszczeń elementu

$$u := \begin{pmatrix} 0.01 \\ 0.02 \\ -0.01 \\ 0.001 \\ -0.002 \\ 0.003 \end{pmatrix}$$

$$M(x) = \begin{pmatrix} 1 & xi & yi \\ 1 & xj & yj \\ 1 & xk & yk \end{pmatrix}$$ - macierz współrzędnych elementu

$$M(x) := stack\left(N\left(x_1, x_2\right), N\left(x_3, x_4\right), N\left(x_5, x_6\right)\right)$$

$$Ma := M(xa) \qquad Ma = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 \\ 1 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$ - macierz współrzędnych elementu "a"

$|Ma| = 39$ - podwojone pole powierzchni elementu $\qquad Va := \frac{t}{2} \cdot |Ma|$ - objętość elementu

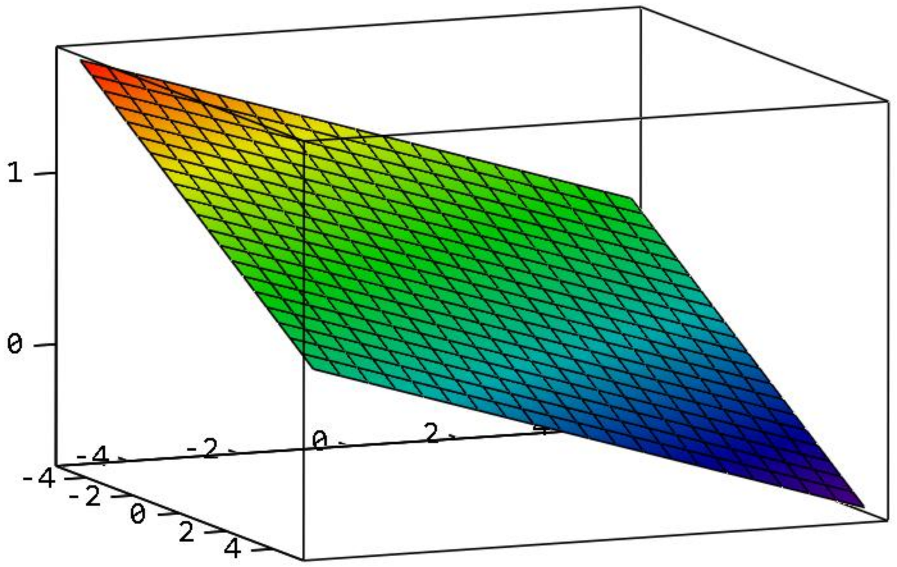
Wyznaczanie współczynników funkcji kształtu

$$ui := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \alpha i := lsolve(Ma, ui) \qquad uj := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \alpha j := lsolve(Ma, uj) \qquad uk := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \alpha k := lsolve(Ma, uk)$$

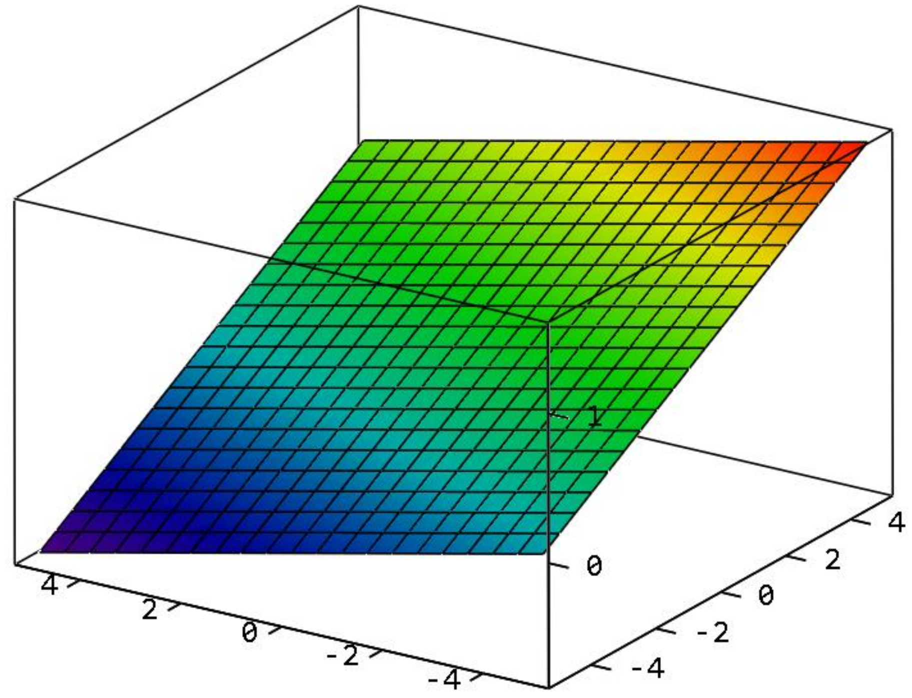
$Ni(x, y) := N(x, y) \cdot \alpha i$ *- funkcja kształtu węzła "i"*

$Nj(x, y) := N(x, y) \cdot \alpha j$ *- funkcja kształtu węzła "j"*

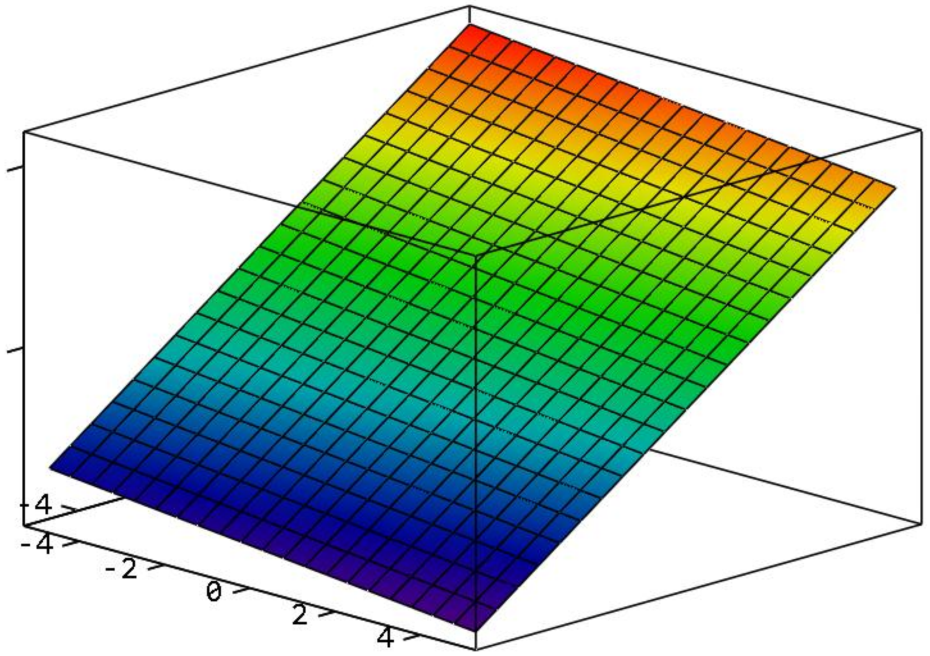
$Nk(x, y) := N(x, y) \cdot \alpha k$ *- funkcja kształtu węzła "k"*



Ni



Nj



Nk

$$B\alpha(\alpha) := \begin{pmatrix} dNx\cdot\alpha & 0 \\ 0 & dNy\cdot\alpha \\ dNy\cdot\alpha & dNx\cdot\alpha \end{pmatrix}$$ *- macierz geometryczna węzła*

$$B := augment(B\alpha(\alpha i), B\alpha(\alpha j), B\alpha(\alpha k))$$ *- macierz geometryczna elementu*

$$B = \begin{pmatrix} -0.128 & 0 & 0.154 & 0 & -0.026 & 0 \\ 0 & -0.103 & 0 & -0.077 & 0 & 0.179 \\ -0.103 & -0.128 & -0.077 & 0.154 & 0.179 & -0.026 \end{pmatrix}$$

$$D := \frac{E}{1-\nu^2}\cdot\begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{pmatrix}$$ *- macierz stałych sprężystych dla PSN*

$$D = \begin{pmatrix} 2.083\times10^{4} & 4.167\times10^{3} & 0 \\ 4.167\times10^{3} & 2.083\times10^{4} & 0 \\ 0 & 0 & 8.333\times10^{3} \end{pmatrix} MPa$$

Macierz sztywności elementu CST

$$K = \int B^T\cdot D\cdot B\ dV \qquad K := B^T\cdot D\cdot B\cdot Va$$

$$K = \begin{pmatrix} 838.7 & 320.5 & -673.1 & -176.3 & -165.6 & -144.2 \\ 320.5 & 694.4 & 32.1 & 0.0 & -352.6 & -694.4 \\ -673.1 & 32.1 & 1057.7 & -288.5 & -384.6 & 256.4 \\ -176.3 & 0.0 & -288.5 & 625.0 & 464.7 & -625.0 \\ -165.6 & -352.6 & -384.6 & 464.7 & 550.2 & -112.2 \\ -144.2 & -694.4 & 256.4 & -625.0 & -112.2 & 1319.4 \end{pmatrix}\frac{kN}{cm}$$

$$\varepsilon := B\cdot u = \begin{pmatrix} -0.2769 \\ -0.159 \\ -0.3103 \end{pmatrix}\cdot\%$$ *- wektor odkształceń elementu CST*

$$\sigma := D\cdot\varepsilon = \begin{pmatrix} -6.432\times10^{3} \\ -4.466\times10^{3} \\ -2.585\times10^{3} \end{pmatrix}\cdot MPa$$ *- wektor naprężeń w elemencie*