WSTĘP

Książka ta poświęcona jest zastosowaniu metody elementów skończonych (w Polsce używa się skrótu tej nazwy - MES, w krajach anglosaskich FEM - Finite Elements Method lub FEA - Finite Elements Analysis) do rozwiązywania liniowych zagadnień mechaniki ciała stałego. W szczególności interesować nas będzie statyka konstrukcji prętowych (kratownic, ram), dźwigarów powierzchniowych (tarcze, płyty, powłoki), które są elementami bardzo często wykorzystywanymi w konstrukcjach inżynierskich. Oczywiście są już książki, które omawiają te zagadnienia, niektóre bardzo piękne i obszerne np. napisane przez twórców MES O. C. Zienkiewicza [19],[20], J. H. Argyrisa, K. J. Bathego[1]. Brak jest jednak naszym zdaniem na rynku polskim książek, które wprowadzałyby w trudne zagadnienia MES w sposób prosty na tyle, aby możliwe było samodzielne poznanie teoretycznych podstaw metody przez osoby, które nie zajmują się na co dzień mechaniką konstrukcji. Konieczność poznania podstaw MES jest niezbędna dla współczesnego konstruktora, który zmuszony jest korzystać z komputerowych pakietów programowych wspomagających projektowanie, których ważnymi elementami są moduły obliczeniowe oparte na metodzie elementów skończonych. Książka G. Rakowskiego i Z. Kacprzyka [12], która może pełnić rolę podręcznika, wymaga jednak pewnego przygotowania, brak jej poza tym prostych zadań możliwych do wykonania przez czytelnika bez pomocy komputera. Dobrym przykładem podręcznika MES, który używany jest w Wielkiej Brytanii jest książka C. T. F. Rossa [14].

Staraliśmy się zatem napisać podręcznik na poziomie inżynierskim tak prosty, jak to okaże się możliwe (jednak bez trywializowania zagadnień), aby ułatwić samodzielne studiowanie i poznawanie MES. Treść książki została oparta na wykładach z metod komputerowych, które jeden ze współautorów (J. P.) prowadzi od 1990 r. na Wydziale Inżynierii Budowlanej i Sanitarnej Politechniki Lubelskiej. W stosunku do materiału objętego wykładami, treść książki została nieco poszerzona i pogłębiona, opracowano też szereg przykładów liczbowych ułatwiających poznanie szczegółowych zagadnień i algorytmów MES.

Do studiowania tej książki niezbędne będą elementarne wiadomości z nauk pokrewnych, w szczególności dotyczących wytrzymałości materiałów i podstaw teorii sprężystości. Zakładamy, że czytelnik zna pojęcia naprężenia, odkształcenia, związków konstytutywnych (w szczególności uogólnionego prawa Hooke'a), nie omawiamy więc szczegółowo tych zagadnień. Spis literatury podany na końcu książki zawiera pozycje szczegółowo omawiające te tematy. Szczególnie warto zwrócić uwagę na świetne książki Y. C. Funga [3], S. P. Timoshenki [17] w zakresie teorii sprężystości oraz P. Jastrzębskiego, J. Mutermilcha i W. Orłowskiego [8] w zakresie wytrzymałości materiałów.

Studiowanie zagadnień MES wymaga posługiwanie się rachunkiem macierzowym, zakładamy zatem, że czytelnik zna podstawy tego rachunku. Na końcu książki umieściliśmy w dodatku nr 1 krótki przegląd najważniejszych informacji dotyczących algebry macierzy, niezbędnych do czytania tej książki.

Znajomość metod numerycznych może nie jest niezbędna do zrozumienia MES, gdyż wiąże się raczej z komputerową implementacją algorytmów, ale informacje te ułatwiają posługiwanie się gotowymi pakietami programów wykorzystujących MES. Ponieważ nie zawsze metody numeryczne znajdują się w programie politechnicznego kursu matematyki, umieściliśmy w dodatku nr 2 przegląd metod przechowywania macierzy sztywności i rozwiązywania dużych układów równań liniowych. Zachęcamy też do zapoznania się z książką A. Georga i J. Liu [5] szczegółowo omawiającą te metody. Studiowanie ułatwi spis oznaczeń i objaśnienia stosowanej notacji umieszczamy na początku książki.

Pragniemy podziękować kierownictwu Grantu Tempus Phare S_JEP-12242-97 i kolegom z Uniwersytetu Walijskiego w Swansea (Wielka Brytania) oraz Politechniki w Mons (Belgia) dzięki pomocy, których możliwa była tak sprawna praca nad tym podręcznikiem.

Podziękowania należą się też recenzentom i kolegom, którzy przeczytali książkę przed oddaniem do druku co umożliwiło nam uniknięcia wielu pomyłek i poprawienie jasności wykładu.

Przykłady zawarte w tej książce dotyczące konstrukcji prętowych zostały wykonane przy użyciu programu PRET_r2 ver.3.1, którego autorem jest J. Podgórski.

Swansea, Lublin - lipiec, październik 1998 r.

STOSOWANE KONWENCJE I OZNACZENIA

$\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{u}$ - macierze kolumnowe - wektory

$\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{K}$ - macierze dwuwymiarowe

$\mathbf{u}'$, $\mathbf{K}'$, u_x - wektory, macierze, skalary w lokalnym układzie współrzędnych elementu

$\mathbf{u}$, $\mathbf{K}$, u_X - wektory, macierze, skalary w lokalnym układzie współrzędnych elementu

x, y, z - osie lokalnego układu współrzędnych

X, Y, Z - osie globalnego układu współrzędnych

$\mathbf{q}_i$ - indeks dolny przy wektorach, macierzach oznacza numer węzła i

$\mathbf{q}^e$ - indeks górny przy wektorach, macierzach oznacza numer elementu e

$u_x, u_y, u_z, \varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$ - składowe wektora lokalnego $\mathbf{u}$ w lokalnym układzie współrzędnych

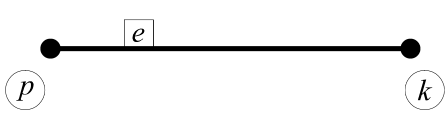
$u_X, u_Y, u_Z, \varphi_X, \varphi_Y, \varphi_Z$ - składowe wektora globalnego $\mathbf{u}$ w globalnym układzie współrzędnych

$\mathbf{u}_i = \begin{bmatrix} u_{iX} \\ u_{iY} \\ u_{iZ} \end{bmatrix}$ - wektor przemieszczeń węzła i

$\mathbf{f}_i = \begin{bmatrix} F_{iX} \\ F_{iY} \\ F_{iZ} \end{bmatrix}$ - wektor sił węzłowych węzła i

$\mathbf{u}^e = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_p \\ \mathbf{u}_k \end{bmatrix}$ - wektor przemieszczeń węzłowych elementu

$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix}$, $\mathbf{f} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix}$ - składowe wektora oznaczone będą na ogół podobnymi literami jak wektor z wyjątkiem wektora sił węzłowych, gdzie ze względu na tradycję oznaczamy je dużymi literami



Numery elementów ustawione są zawsze bliżej węzła początkowego

det ($\mathbf{A}$) oznacza wyznacznik macierzy $\mathbf{A}$

$\mathbf{A}^{\mathrm{T}}$ oznacza transpozycję macierzy $\mathbf{A}$ tzn., jeżeli $\mathbf{B} = \mathbf{A}^{\mathrm{T}}$ to $B_{ij} = A_{ji}$

N_N - ilość węzłów w konstrukcji

N_E - ilość elementów w konstrukcji

N_D - ilość stopni swobody jednego węzła

N_K - ilość stopni swobody całej konstrukcji

N_{De} - ilość stopni swobody elementu

E - moduł sprężystości (Younga)

G - moduł odkształcenia postaciowego (Kirchoffa)

ν - współczynnik Poissona

C - opór przy skręcaniu