

ORIGIN := 1

Grupa 1

$N(x, y) := (1 \ x \ y)$ - wielomiany funkcji kształtu

$dNx(x, y) = \frac{d}{dx} N(x, y)$
- pochodna wielomianu funkcji kształtu

$dNx := (0 \ 1 \ 0)$

$dNy(x, y) = \frac{d}{dy} N(x, y)$
- pochodna wielomianu funkcji kształtu

$dNy := (0 \ 0 \ 1)$

$M(x) = \begin{pmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{pmatrix}$ - macierz współrzędnych elementu

$M(x) := \text{stack}(N(x_1, x_2), N(x_3, x_4), N(x_5, x_6))$

$Ma := M(xa) \quad ui := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad uj := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad uk := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Wyznaczanie współczynników funkcji kształtu

$\alpha_i := \text{lsolve}(Ma, ui) \quad \alpha_j := \text{lsolve}(Ma, uj) \quad \alpha_k := \text{lsolve}(Ma, uk)$

$\alpha_i = \begin{pmatrix} 0.706 \\ -29.412 \\ -23.529 \end{pmatrix} \quad \alpha_j = \begin{pmatrix} 0.176 \\ 17.647 \\ -5.882 \end{pmatrix} \quad \alpha_k = \begin{pmatrix} 0.118 \\ 11.765 \\ 29.412 \end{pmatrix}$

$N_i(x, y) := N(x, y) \cdot \alpha_i$ - funkcja kształtu węzła "i"

$N_j(x, y) := N(x, y) \cdot \alpha_j$ - funkcja kształtu węzła "j"

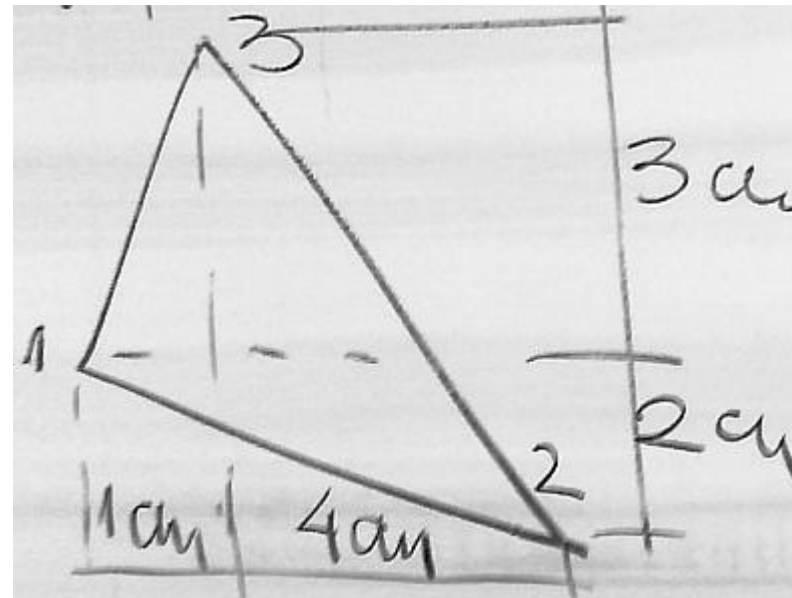
$N_k(x, y) := N(x, y) \cdot \alpha_k$ - funkcja kształtu węzła "k"

$B := \text{augment}(B\alpha(\alpha_i), B\alpha(\alpha_j), B\alpha(\alpha_k))$ - macierz geometryczna elementu

wektor współrzędnych elementu

wektor przemieszczeń elementu

$$xa = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ x_j \\ y_j \\ x_k \\ y_k \end{pmatrix} \quad xa := \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 4 \\ -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot 10^{-2} \quad u := \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot 10^{-3}$$



$$u^e = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ mm}$$

$|Ma| = 1.7 \times 10^{-3}$ - podwojone pole powierzchni elementu

$B\alpha(\alpha) := \begin{pmatrix} dNx \cdot \alpha & 0 \\ 0 & dNy \cdot \alpha \\ dNy \cdot \alpha & dNx \cdot \alpha \end{pmatrix}$ - macierz geometryczna węzła

$$\underline{\varepsilon} := B \cdot u = \begin{pmatrix} 10.5882 \\ -5.2941 \\ 2.3529 \end{pmatrix} \% \quad 170 \cdot \varepsilon = \begin{pmatrix} 18 \\ -9 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} -29.412 & 0 & 17.647 & 0 & 11.765 & 0 \\ 0 & -23.529 & 0 & -5.882 & 0 & 29.412 \\ -23.529 & -29.412 & -5.882 & 17.647 & 29.412 & 11.765 \end{pmatrix}$$

- *wektor odkształceń elementu CST*

$$D := \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{pmatrix}$$

- macierz stałych sprężystych dla PSN

$D = \blacksquare \cdot GPa$

Macierz sztywności elementu CST

$$K = \int B^T \cdot D \cdot B \, dV$$

$K := B^T \cdot D \cdot B \cdot Va$

$K = \blacksquare \cdot \frac{kN}{cm}$

$$\varepsilon := B \cdot u = \begin{pmatrix} 10.5882 \\ -5.2941 \\ 2.3529 \end{pmatrix} \cdot \% \quad - \text{wektor odkształceń elementu CST}$$

$$\sigma := \textcolor{red}{D} \cdot \varepsilon = \blacksquare \cdot MPa \quad - \text{wektor naprężeń w elemencie przy PSN}$$

$$D2 := \frac{\textcolor{red}{E}}{(1-\nu) \cdot (1-2 \cdot \nu)} \cdot \begin{pmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{pmatrix} = \blacksquare \cdot GPa \quad - \text{macierz stałych sprężystych dla PSO}$$

$$\sigma := \textcolor{red}{D2} \cdot \varepsilon = \blacksquare \cdot MPa \quad - \text{wektor naprężeń w elemencie przy PSO}$$