$ORIGIN := 1$

Grupa 2

$N(x,y) := (1 \quad x \quad y)$ *- wielomiany funkcji kształtu*

$dNx(x,y) = \frac{d}{dx}N(x,y)$

- pochodna wielomianu funkcji kształtu

$dNx := (0 \quad 1 \quad 0)$

$dNy(x,y) = \frac{d}{dy}N(x,y)$

- pochodna wielomianu funkcji kształtu

$dNy := (0 \quad 0 \quad 1)$

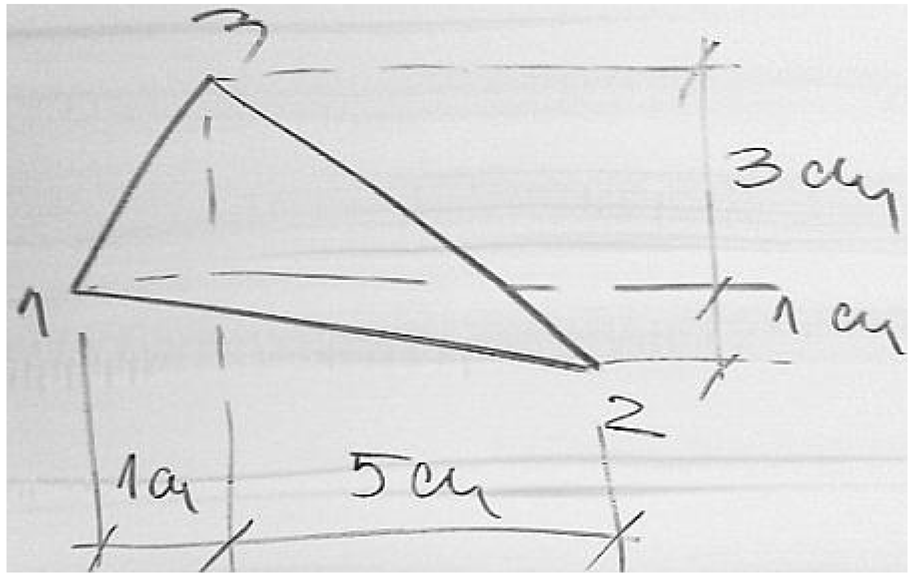
$M(x) = \begin{pmatrix} 1 & xi & yi \\ 1 & xj & yj \\ 1 & xk & yk \end{pmatrix}$ *- macierz współrzędnych elementu*

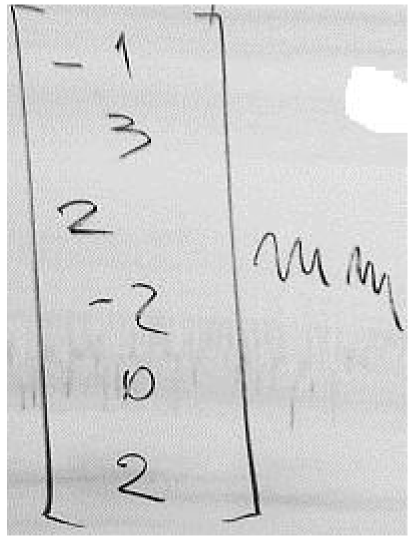
$M(x) := stack\left(N(x_1, x_2), N(x_3, x_4), N(x_5, x_6)\right)$

$Ma := M(xa) \qquad ui := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad uj := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad uk := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

wektor współrzędnych elementu *wektor przemieszczeń elementu*

$xa = \begin{pmatrix} xi \\ yi \\ xj \\ yj \\ xk \\ yk \end{pmatrix} \qquad xa := \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 5 \\ -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot 10^{-2} \qquad u := \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \\ -2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot 10^{-3}$





Wyznaczanie współczynników funkcji kształtu

$|Ma| = 1.9 \times 10^{-3}$ *- podwojone pole powierzchni elementu*

$A2 := |Ma| \cdot 10^5 = 190$

$\alpha i := lsolve(Ma, ui) \qquad \alpha j := lsolve(Ma, uj) \qquad \alpha k := lsolve(Ma, uk)$

$\alpha i = \begin{pmatrix} 0.789 \\ -21.053 \\ -26.316 \end{pmatrix} \qquad \alpha j = \begin{pmatrix} 0.158 \\ 15.789 \\ -5.263 \end{pmatrix} \qquad \alpha k = \begin{pmatrix} 0.053 \\ 5.263 \\ 31.579 \end{pmatrix}$

$Ni(x,y) := N(x,y) \cdot \alpha i$ *- funkcja kształtu węzła "i"*

$Nj(x,y) := N(x,y) \cdot \alpha j$ *- funkcja kształtu węzła "j"*

$Nk(x,y) := N(x,y) \cdot \alpha k$ *- funkcja kształtu węzła "k"*

$B\alpha(\alpha) := \begin{pmatrix} dNx \cdot \alpha & 0 \\ 0 & dNy \cdot \alpha \\ dNy \cdot \alpha & dNx \cdot \alpha \end{pmatrix}$ *- macierz geometryczna węzła*

$B := augment(B\alpha(\alpha i), B\alpha(\alpha j), B\alpha(\alpha k))$ *- macierz geometryczna elementu*

$\varepsilon := B \cdot u = \begin{pmatrix} 5.2632 \\ -0.5263 \\ -6.8421 \end{pmatrix} \cdot \% \qquad A2 \cdot \varepsilon = \begin{pmatrix} 10 \\ -1 \\ -13 \end{pmatrix}$

$$B = \begin{pmatrix} -21.053 & 0 & 15.789 & 0 & 5.263 & 0 \\ 0 & -26.316 & 0 & -5.263 & 0 & 31.579 \\ -26.316 & -21.053 & -5.263 & 15.789 & 31.579 & 5.263 \end{pmatrix}$$

- wektor odkształceń elementu CST

$$D := \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{pmatrix}$$ *- macierz stałych sprężystych dla PSN* $D = ■ \cdot GPa$

Macierz sztywności elementu CST

$$K = \int B^T \cdot D \cdot B \, dV \qquad K := B^T \cdot D \cdot B \cdot Va \qquad K = ■ \cdot \frac{kN}{cm}$$

$$\varepsilon := B \cdot u = \begin{pmatrix} 5.2632 \\ -0.5263 \\ -6.8421 \end{pmatrix} \cdot \%$$

- wektor odkształceń elementu CST

$$\sigma := D \cdot \varepsilon = \blacksquare \cdot MPa$$

- wektor naprężeń w elemencie przy PSN

$$D2 := \frac{E}{(1-\nu)\cdot(1-2\cdot\nu)} \cdot \begin{pmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{pmatrix} = \blacksquare \cdot GPa$$

- macierz stałych sprężystych dla PSO

$$\sigma := D2 \cdot \varepsilon = \blacksquare \cdot MPa$$

- wektor naprężeń w elemencie przy PSO