$ORIGIN := 1$

$E := 20GPa$ - *moduł Younga*

$\nu := 0.2$ - *współczynnik Poissona*

$t := 0.01m$ - *grubość tarczy*

$N(x, y) := \begin{pmatrix} 1 & x & y \end{pmatrix}$ - *wielomiany funkcji kształtu*

$dNx(x, y) = \frac{d}{dx}N(x, y)$ - *pochodna wielomianu funkcji kształtu*

$dNx := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

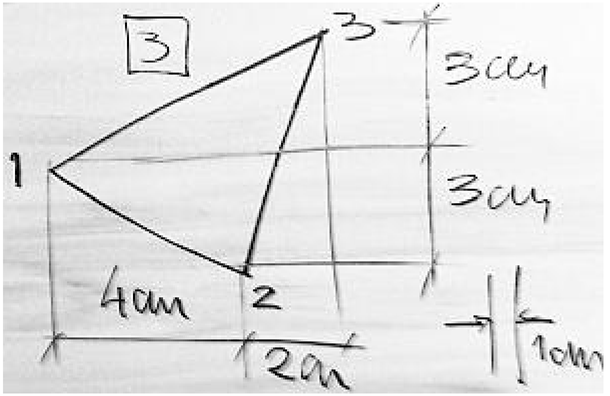
$dNy(x, y) = \frac{d}{dy}N(x, y)$ - *pochodna wielomianu funkcji kształtu*

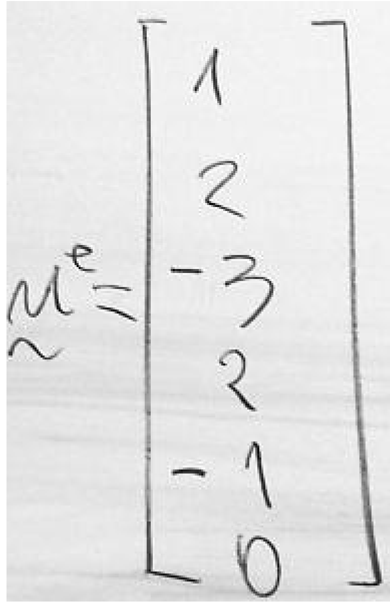
$dNy := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$M(x) = \begin{pmatrix} 1 & xi & yi \\ 1 & xj & yj \\ 1 & xk & yk \end{pmatrix}$ - *macierz współrzędnych elementu*

wektor współrzędnych elementu — *wektor przemieszczeń elementu*

$xa = \begin{pmatrix} xi \\ yi \\ xj \\ yj \\ xk \\ yk \end{pmatrix}$ $\quad xa := \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 0 \\ -3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot 10^{-2}$ $\quad u := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot 10^{-3}$





$M(x) := stack\left(N(x_1, x_2), N(x_3, x_4), N(x_5, x_6)\right)$

$Ma := M(xa)$ $\quad Ma = \begin{pmatrix} 1 & -0.04 & 0 \\ 1 & 0 & -0.03 \\ 1 & 0.02 & 0.03 \end{pmatrix}$ - *macierz współrzędnych elementu "a"*

$|Ma| = 3 \times 10^{-3}$ - *podwojone pole powierzchni elementu* $\quad Va := \frac{t}{2} \cdot |Ma|$ - *objętość elementu*

Wyznaczanie współczynników funkcji kształtu

$ui := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\quad \alpha i := lsolve(Ma, ui)$ $\quad \alpha i = \begin{pmatrix} 0.2 \\ -20 \\ 6.667 \end{pmatrix}$

$uj := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\quad \alpha j := lsolve(Ma, uj)$ $\quad \alpha j = \begin{pmatrix} 0.4 \\ 10 \\ -20 \end{pmatrix}$

$uk := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\quad \alpha k := lsolve(Ma, uk)$ $\quad \alpha k = \begin{pmatrix} 0.4 \\ 10 \\ 13.333 \end{pmatrix}$

$Ni(x,y) := N(x,y)\cdot\alpha i$ - *funkcja kształtu węzła "i"*

$Nj(x,y) := N(x,y)\cdot\alpha j$ - *funkcja kształtu węzła "j"*

$Nk(x,y) := N(x,y)\cdot\alpha k$ - *funkcja kształtu węzła "k"*

$$B\alpha(\alpha) := \begin{pmatrix} dNx\cdot\alpha & 0 \\ 0 & dNy\cdot\alpha \\ dNy\cdot\alpha & dNx\cdot\alpha \end{pmatrix}$$ - *macierz geometryczna węzła*

$B := augment(B\alpha(\alpha i), B\alpha(\alpha j), B\alpha(\alpha k))$ - *macierz geometryczna elementu*

$$B = \begin{pmatrix} -20 & 0 & 10 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 6.667 & 0 & -20 & 0 & 13.333 \\ 6.667 & -20 & -20 & 10 & 13.333 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon := B\cdot u = \begin{pmatrix} -6 \\ -2.6667 \\ 3.3333 \end{pmatrix}\cdot\%$$ - *wektor odkształceń elementu CST*

$$D := \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{pmatrix}$$ *- macierz stałych sprężystych dla PSN*

$$D = \begin{pmatrix} 20.833 & 4.167 & 0 \\ 4.167 & 20.833 & 0 \\ 0 & 0 & 8.333 \end{pmatrix} \cdot GPa$$

Macierz sztywności elementu CST

$$K = \int B^T \cdot D \cdot B \; dV$$

$$K := B^T \cdot D \cdot B \cdot Va$$

$$K = \begin{pmatrix} 1305.6 & -250.0 & -791.7 & 333.3 & -513.9 & -83.3 \\ -250.0 & 638.9 & 541.7 & -666.7 & -291.7 & 27.8 \\ -791.7 & 541.7 & 812.5 & -375.0 & -20.8 & -166.7 \\ 333.3 & -666.7 & -375.0 & 1375.0 & 41.7 & -708.3 \\ -513.9 & -291.7 & -20.8 & 41.7 & 534.7 & 250.0 \\ -83.3 & 27.8 & -166.7 & -708.3 & 250.0 & 680.6 \end{pmatrix} \cdot \frac{kN}{cm}$$

$$\varepsilon := B \cdot u = \begin{pmatrix} -6 \\ -2.6667 \\ 3.3333 \end{pmatrix} \cdot \%$$ *- wektor odkształceń elementu CST*

$$\sigma := D \cdot \varepsilon = \begin{pmatrix} -1.361 \times 10^3 \\ -805.556 \\ 277.778 \end{pmatrix} \cdot MPa$$ *- wektor naprężeń w elemencie przy PSN*

$$D2 := \frac{E}{(1-\nu) \cdot (1-2 \cdot \nu)} \cdot \begin{pmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 33.333 & 8.333 & 0 \\ 8.333 & 33.333 & 0 \\ 0 & 0 & 12.5 \end{pmatrix} \cdot GPa$$ *- macierz stałych sprężystych dla PSO*

$$\sigma := D2 \cdot \varepsilon = \begin{pmatrix} -2.222 \times 10^3 \\ -1.389 \times 10^3 \\ 416.667 \end{pmatrix} \cdot MPa$$ *- wektor naprężeń w elemencie przy PSO*